

Untersuchungen über Weitwinkelobjektive  
unter besonderer Berücksichtigung  
der Bildfehler 3. Ordnung in der Umgebung  
eines Hauptstrahls.

von

Diplom - Ingenieur

Anni Berger

geb. Tews

aus Berlin

Der Fakultät für Allgemeine Ingenieurwissenschaften  
an der Technischen Universität Berlin-Charlottenburg  
zur Erlangung der akademischen Würde Doktor - Ingenieur  
eingereichte Dissertation.

Berlin 1956

Inhalt.

§ 1	Problemstellung .....	- 3 -
I. <u>Näherungsweise Berechnung der Wellen-</u> <u>flächengleichung 4. Grades.</u>		
§ 2	Die Darstellung der Fehler eines optischen Systems .....	- 6 -
§ 3	Betrachtung der bei näherungsweise Darstellung einer Zerstreuungsfigur auftretenden Fehler ...	- 11 -
	a) Die Näherung von WEINSTEIN .....	- 15 -
	b) Die Näherung von KÖHLER und PRADEL .....	- 18 -
§ 4	Methoden zur näherungsweise Berechnung der Koeffizienten einer Wellenfläche 4. Grades ...	- 23 -
	a) Bestimmung der Koeffizienten nach WEINSTEIN	- 25 -
	b) Bestimmung der Koeffizienten aus Strahlen, die nur sehr wenig vom Hauptstrahl abweichen	- 27 -
	c) Berechnung der Fehlerkoeffizienten aus den Aberrationen einiger Komastrahlen endlicher Öffnung .....	- 28 -
§ 5	Untersuchung des Zusammenhanges zwischen den Koeffizienten der Wellenfläche und den Fehlersummen nach SEIDEL .....	- 35 -

II. Vergleich der Abbildungseigenschaften  
einiger Weitwinkelobjektive unter  
Berücksichtigung der Wellenaberration.

§ 6	Beschreibung der ausgewählten Objektive .....	- 42 -
1)	Die Globe Lens .....	- 42 -
2)	Das Pantoskop .....	- 43 -
3)	Das Hypergon .....	- 44 -
4)	Ein Weitwinkelaplanat .....	- 45 -
5)	Die Concentric Lens .....	- 46 -
6)	Ein errechneter Neuschromat .....	- 47 -
7)	Das Topogon .....	- 49 -
8)	Das Russar .....	- 50 -
§ 7	Abbildungseigenschaften der untersuchten Objektive .....	- 52 -
1)	Die monochromatischen Fehler .....	- 52 -
2)	Die chromatischen Fehler .....	- 57 -
3)	Die natürliche Vignettierung .....	- 60 -
§ 8	Betrachtung der Wellenaberration .....	- 64 -
§ 9	Ergebnis der Untersuchungen .....	- 78 -
	Literaturverzeichnis .....	- 81 -

## § 1 Problemstellung.

Im folgenden sollen die Abbildungseigenschaften einiger Weitwinkelobjektive ermittelt und miteinander verglichen werden.

Ein Vergleich der Systeme auf Grund ihrer meridionalen Fehler ist unvollständig, weil die Strahlenvereinigung im Meridionalschnitt bei stark geneigten Strahlenbündeln keine Schlüsse auf die gesamte Zerstreuungsfigur eines Objektivs zuläßt. Durch windschiefe Berechnung der Zerstreuungsfigur kann zwar die Abbildungsgüte eines Weitwinkelobjektives exakt ermittelt werden, jedoch bleiben dann die Einflüsse der einzelnen Bildfehler auf die Abbildung unbekannt. Die charakteristischen Eigenschaften der verschiedenen Objektive sind also aus den exakten Rechendaten nur schwer zu bestimmen.

Schon 1833 hat HAMILTON<sup>1) +)</sup> in einer theoretischen Abhandlung dargelegt, daß es für jedes optische System eine charakteristische Funktion gibt, deren Koeffizienten ein Maß für die bei der Abbildung auftretenden Fehler sind. Praktisch ausgenutzt hat diese Erkenntnis zuerst PETZVAL<sup>2)</sup>, der unabhängig von HAMILTON den mathematischen Zusammenhang zwischen Objekt und Bild bei der Abbildung durch ein optisches System ermittelt und als erster Objektive errechnet, bei denen auch die außeraxialen Fehler korrigiert sind. 1904 haben KÖNIG und v. ROHR<sup>3)</sup> dann in einer grundlegenden Arbeit die Wirkung der einzelnen Fehler 3. Ordnung auf die Abbildung beschrieben und Invarianten angegeben, die es gestatten, diese Fehler zu berechnen. (Die Definition der Ordnung eines Fehlers ist bei den verschiedenen Verfassern nicht einheitlich, wie in Kapitel I der Arbeit noch ausführlich diskutiert wird.) Einen geschlossenen Ausdruck für die durch die Fehler 3. Ordnung eines Systems bedingte Zerstreuungsfigur geben sie allerdings nur für einen

---

+ ) Die hochgestellten Ziffern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Schluß der Arbeit.

innerhalb des SEIDELschen Gebietes liegenden Objektpunkte, obwohl die von ihnen ermittelten Invarianten unabhängig von der Hauptstrahlneigung sind, TIEDEKEN<sup>4)</sup> hat dann als erster versucht eine geschlossene Darstellung für die Abbildung eines Strahlenbündels in der Umgebung eines Hauptstrahls endlicher Neigung aufzustellen. Die sehr interessante theoretische Arbeit führt jedoch nicht auf Formeln, welche es gestatten den Verlauf eines Strahles dieses Bündels zu verfolgen. In den folgenden Jahren sind weitere Arbeiten erschienen, in denen Formeln für die näherungsweise Berechnung sowohl der Fehler eines Strahlenbündels endlicher Neigung als auch der durch diese Fehler bedingten Zerstreuungsfigur angegeben werden. Die Güte dieser Näherungen soll untersucht und eine Methode ermittelt werden, nach welcher die Fehler 3. Ordnung mit ausreichender Genauigkeit durch einfache Rechenoperationen zu bestimmen sind. Dabei wird sich zeigen, daß die Fehlerkoeffizienten 3. Ordnung identisch sind mit den Koeffizienten der allgemeinsten Wellenfläche 4. Grades in der Umgebung eines Hauptstrahls.

Ist dieses Problem gelöst, so wird es möglich, die bei der Abbildung eines geneigten Strahlenbündels auftretenden Fehler von verschiedenen Objektiven zu vergleichen. Sind die Koeffizienten der Wellenfläche bekannt, so können die Durchstoßpunkte des Strahlenbündels in einer beliebigen Einstellenebene errechnet und auch beugungsoptische Betrachtungen durchgeführt werden. Es sind also vielfache Vergleichsmöglichkeiten für die Abbildungseigenschaften der einzelnen Objektive gegeben. Da die Weitwinkelobjektive im allgemeinen nur eine kleine Öffnung haben, ist zu erwarten, daß die Bildfehler 3. Ordnung bereits ausreichende Aussagen über die Abbildungsgüte der Objektive gestatten. Der Gültigkeitsbereich einer Näherung 3. Ordnung wird zu ermitteln sein.

Neben den allgemeinen Fehlern 3. Ordnung soll auch die Farbabhängigkeit der Fehler und die natürliche Vignettierung der einzelnen Objektive untersucht werden.

Für den Vergleich sind im wesentlichen einfacher aufgebaute ältere Objektive ausgewählt worden, weil in der Arbeit nicht die Abbildungseigenschaften moderner Weitwinkelobjektive verglichen, sondern die einzelnen Möglichkeiten des Vergleichs aufgezeigt und die charakteristischen Eigenschaften der verschiedenen Objektivtypen ermittelt werden sollen.

I. Näherungsweise Berechnung der Wellenflächengleichung

4. Grades.

§ 2 Die Darstellung der Fehler eines optischen Systems.

Bei den Arbeiten, die sich mit der allgemeinen Darstellung der Fehler eines optischen Systems befassen, können im wesentlichen zwei Gruppen unterschieden werden. Die erste Gruppe, zu der die Arbeiten von HAMILTON<sup>1)</sup>, PETZVAL<sup>2)</sup>, SCHWARZSCHILD<sup>5)</sup>, KERBER<sup>6)</sup>, SONNENFELD<sup>7)</sup>, KÖHLER<sup>8)</sup> und KÖHLER und PRADEL<sup>9)</sup> zu rechnen sind, bemüht sich nur um eine mathematische Darstellung der Fehler, ohne auf ihre physikalische Bedeutung einzugehen, wogegen die zweite Gruppe mit den Arbeiten von GULLSTRAND<sup>13)</sup>, WEINSTEIN<sup>10)</sup> und TIEDEKEN<sup>4)</sup> von der physikalischen Realität der Wellenfläche ausgeht und die Fehler des Systems als gleichbedeutend mit den Abweichungen der Wellenfläche von einer Vergleichskugel ansieht.

Allgemein gehen die Arbeiten der ersten Gruppe von der Tatsache aus, daß sich die Fehler eines zentrierten rotations-symmetrischen Systems, welches immer vorausgesetzt wird, in eine Potenzreihe entsprechend Gleichung (2,1) entwickeln lassen.

$$(2,1) \quad V = V(p^2 + q^2, px + qy, x^2 + y^2)$$

wobei  $p, q$  = Koordinaten des Objektpunktes  
 $x, y$  = Koordinaten der Austrittspupille  
( $x^2 + y^2 = r^2$ )

Bei einer Fehlerbetrachtung  $n$ . Ordnung werden alle Potenzen  $(p^2 + q^2)^i \cdot (px + qy)^k \cdot (r^2)^l$  mit  $i + k + l \leq n + 1$  berücksichtigt. Wird der Objektpunkt in die Meridionalebene gelegt ( $p = 0$ ), so lautet die Fehlerdarstellung

$$\begin{aligned}
 (2,2) \quad V = & c_1 q^2 + c_2 q y + c_3 r^2 \\
 & + c_4 q^4 + c_5 q^3 y + c_6 q^2 r^2 + c_7 q y r^2 + c_8 q^2 y^2 + c_9 r^4 \\
 & + c_{10} q^6 + c_{11} q^5 y + c_{12} q^4 r^2 + c_{13} q^3 y r^2 + c_{14} q^4 y^2 + c_{15} q^2 r^4 \\
 & + c_{16} q^3 y^3 + c_{17} q^2 y^2 r^2 + c_{18} q y r^4 + c_{19} r^6 + \dots
 \end{aligned}$$

d.h. es gibt 2 Fehler 1. Ordnung ( $c_1 q^2$  ist ein konstanter Faktor, der zur Aberration nichts beiträgt), 5 Fehler 3. Ordnung, 9 Fehler 5. Ordnung usw.

PETZVAL<sup>2)</sup> schreibt allerdings, daß es nicht 9, sondern 12 unabhängige Fehler 5. Ordnung gäbe, was aber in den Arbeiten von SCHWARZSCHILD<sup>5)</sup> und SONNENFELD<sup>7)</sup> widerlegt wird. KERBER<sup>6)</sup>, der wie PETZVAL 12 unabhängige Fehler errechnet, irrt in seiner Arbeit an einer Stelle. Es läßt sich nachweisen, daß auch er nur 9 unabhängige Fehlerkoeffizienten errechnen kann. Damit dürfte wohl feststehen, daß PETZVAL, der in seinem Bericht keinerlei Rechnungen angibt, ebenfalls ein Irrtum unterlaufen ist.

KÖHLER<sup>8)</sup> und KÖHLER und PRADEL<sup>9)</sup> benutzen die gleiche Fehlerdarstellung zur Beschreibung der Zerstreuungsfigur eines Objektpunktes. Sie setzen deshalb  $q = \text{const.}$  und vereinigen die konstanten Glieder mit den Fehlerkoeffizienten. Damit verringert sich deren Zahl bei einer Näherung 3. Ordnung auf 5 und bei einer Näherung 5. Ordnung auf 9. Hat man die Fehlerkoeffizienten berechnet (in den genannten Arbeiten sind Rechenmethoden angegeben), so sind die Durchstoßpunkte in einer Bildebene  $X, Y$  im wesentlichen durch die Gleichungen

$$X = a \frac{\partial V}{\partial x}$$

$$Y = b \frac{\partial V}{\partial y}$$

bestimmt.

Obwohl die konstanten Faktoren  $q$  nun nicht mehr explizit in den Gleichungen auftreten, gilt für die Näherung 3. (5.) Ordnung doch, daß alle Glieder  $c_x q^i r^k y^l$  mit  $i + k + l > 4$  (6) klein gegenüber den Gliedern mit  $i + k + l \leq 4$  (6) sein müssen, eine Voraussetzung, die nur bei genügend kleinem  $q$  bzw. genügend kleinem Bildwinkel  $w_1$  erfüllt ist, wie in §3 noch ausführlich gezeigt wird.

Die zweite Gruppe der Arbeiten geht von der physikalischen Realität der Wellenfläche aus. Hier ist es GULLSTRAND<sup>13)</sup>, welcher zuerst mit Methoden der Differentialgeometrie die Fehler 3. Ordnung einer Wellenfläche bestimmt hat. Er gibt an, daß eine Wellenfläche  $z = z(x, y)$  (wobei  $x = 0$  und  $y = 0$  die Hauptschnitte der Fläche sind) mit folgenden Fehlern behaftet sein kann:

- 1) 2 Hauptkrümmungen im Flächenscheitel (Astigmatismus)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad \text{und} \quad \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

- 2) Einer direkten und einer transversalen Krümmungsasymmetrie längs der meridionalen Hauptkrümmung (Koma)

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} \quad \text{und} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$$

(Die Krümmungsasymmetrien längs der sagittalen Hauptkrümmung sind nach Voraussetzung null)

- 3) Je einer direkten und einer transversalen Abflachung längs der beiden Krümmungslinien (sphärische Aberration), wobei die beiden transversalen Abflachungen nicht unabhängig voneinander sind,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial^4 z}{\partial x^4}, \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} \quad \text{und} \quad \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial^4 z}{\partial y^4}$$

außerdem kann die Wellenfläche gegenüber der Vergleichskugel gekippt sein.

Setzt man die Gleichung der Wellenfläche als Potenzreihe allgemeinsten Form an, wobei voraussetzungsgemäß nur gerade Potenzen von  $x$  auftreten dürfen, so erhält man bei einer Entwicklung bis zum 4. Grade

$$(2,3) \quad z(x,y) = A_{00} + A_{01}y + A_{02}y^2 + A_{03}y^3 + A_{04}y^4 \\ + A_{20}x^2 + A_{21}x^2y + A_{22}x^2y^2 \\ + A_{40}x^4$$

Hierbei sind die auftretenden Fehlerkoeffizienten (es gibt nicht mehr Koeffizienten, als GULLSTRAND Fehler abgeleitet hat) nicht nur mathematische Größen, sondern haben auch physikalischen Sinn. Und zwar bedeuten

$A_{01} \neq 0$	die Wellenfläche ist gegenüber der Vergleichskugel gekippt,
$A_{02} \neq A_{20}$	die Wellenfläche besitzt 2 Hauptkrümmungen, d.h. das System hat Astigmatismus,
$A_{03} \neq 0$	die Wellenfläche ist asymmetrisch,
$A_{21} \neq 0$	das System ist mit Koma behaftet,
$A_{40} \neq 0$	die Wellenfläche ist abgeflacht, es ist
$A_{22} \neq 0$	sphärische Aberration vorhanden.
$A_{04} \neq 0$	

Demnach müssen also bei einer Näherung 3. Ordnung alle Glieder der Wellenflächengleichung berücksichtigt werden, deren Poten-

zensumme kleiner oder gleich 4 ist, und zwar unabhängig von der Neigung des Hauptstrahls.

WEINSTEIN<sup>10)11)</sup> leitet in seinen Arbeiten Formeln zur Berechnung der oben beschriebenen Fehlerkoeffizienten ab. Es gelingt ihm, die Wellenfläche 4. Grades und damit die durch die Fehler 3. Ordnung bedingte Zerstreuungsfigur eines Objektpunktes allein aus den Rechen- und Messdaten des Hauptstrahls zu bestimmen.

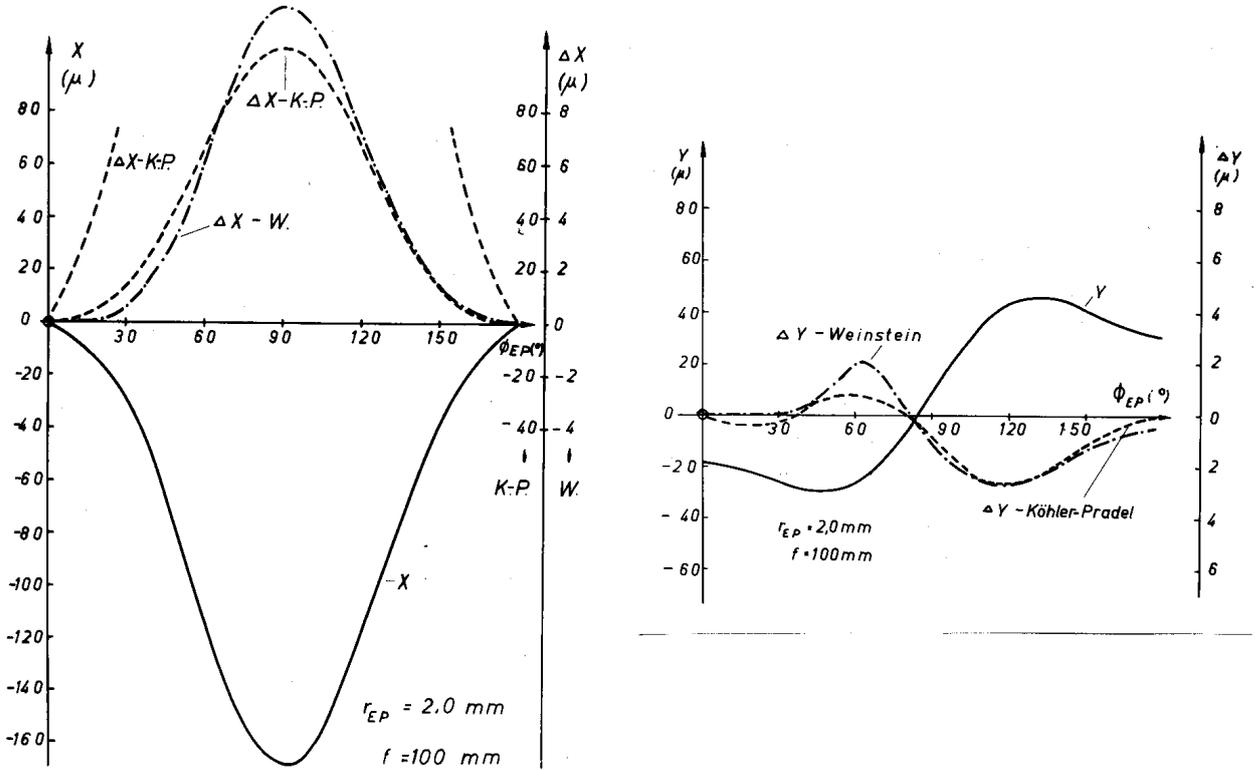
§ 3 Betrachtung der bei näherungsweise Darstellung einer Zerstreuungsfigur auftretenden Fehler.

Es werden zunächst nur die Näherungslösungen von WEINSTEIN<sup>10)11)</sup> (3. Ordnung bezogen auf die Wellenfläche) und von KÖHLER und PRADEL<sup>9)</sup> (5. Ordnung bezogen auf die Eikonalentwicklung) untersucht. Später wird gezeigt, daß die dabei gewonnenen Erkenntnisse auch für die Näherungslösung 3. Ordnung von KÖHLER<sup>8)</sup> gültig sind.

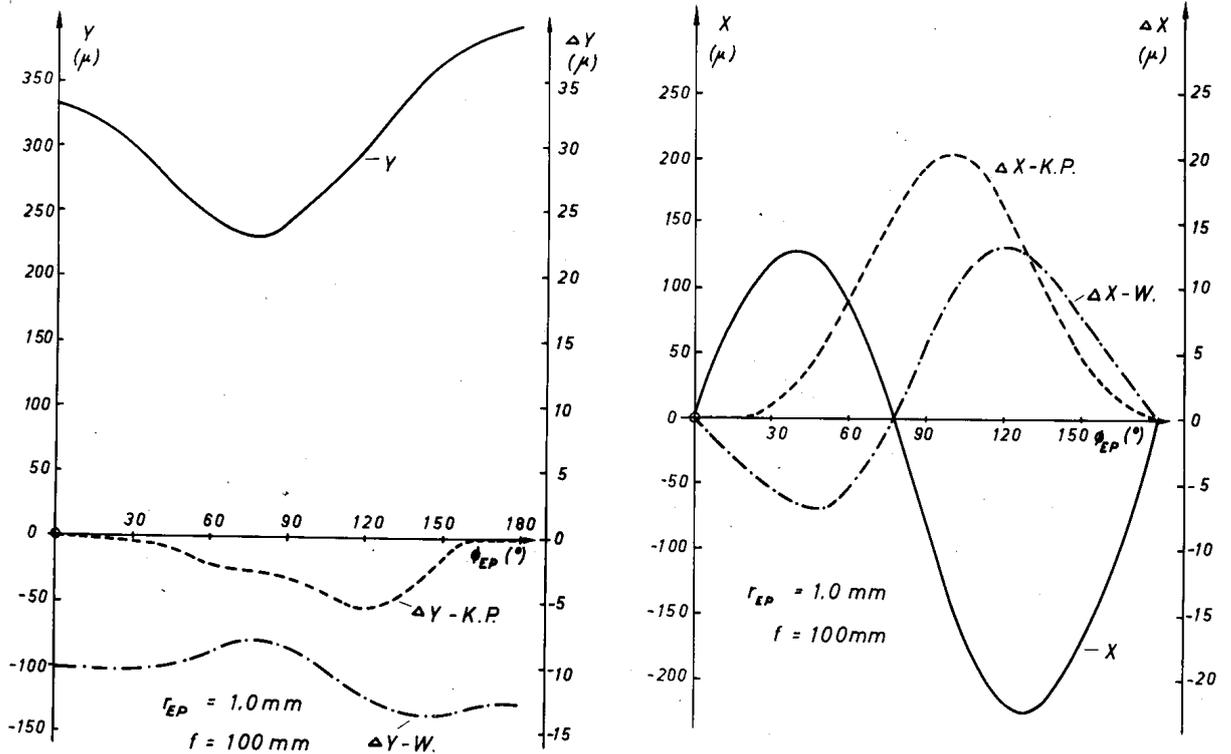
Berechnet man für ein gegebenes Objektiv die Zerstreuungsfigur in einer Bildebene einmal durch exakte windschiefe Rechnung und einmal mit Hilfe der angegebenen Näherungsmethoden, so weichen die Rechenergebnisse mehr oder minder voneinander ab. Die Ergebnisse solcher Durchrechnungen sind in Abb. 1 graphisch dargestellt. Als Bildebene ist in den beiden Beispielen die Ebene durch den sagittalen Bildpunkt senkrecht zum Hauptstrahl gewählt worden. Aufgetragen sind die Durchstoßhöhen X bzw. Y in der Bildebene und die Abweichungen  $\Delta X$  bzw.  $\Delta Y$  zwischen exakter Rechnung und Näherung in Abhängigkeit vom Azimutwinkel der Strahlen in der Eintrittspupille (EP). Gerechnet wurden Strahlen gleicher Neigung, welche die Eintrittspupille auf einem Kreis gleicher Öffnung durchsetzen (EP senkrecht zur optischen Achse). Die Öffnung ist in beiden Beispielen so groß gewählt worden, daß die Abweichungen zwischen Rechnung und Näherung durchschnittlich nicht mehr als 10 u betragen.

Die in Abb. 1 gewählte Darstellung ist besonders gut für die Beschreibung von  $\Delta X$  und  $\Delta Y$  geeignet. Die Abweichungen der Näherungslösungen von den Rechendaten sind aber auch bei der Aufzeichnung der Zerstreuungsfigur zu erkennen, wie aus Abb. 2 für das Hypergon zu ersehen ist.

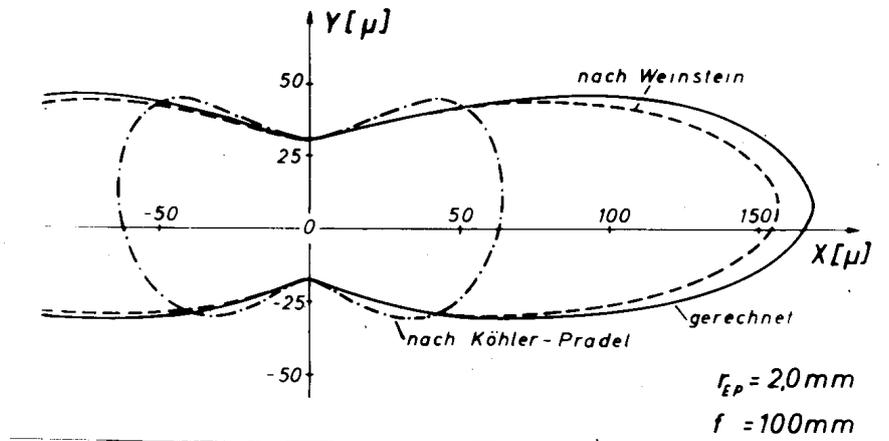
**Abb. 1** Durchstoßhöhen  $X, Y$  und Darstellungsreste  $\Delta X, \Delta Y$  in der Bildebene durch den sagittalen Bildpunkt senkrecht zum Hauptstrahl.



**a) Hypergon ( $w_1 = 60.7^\circ$ )**



**b) Hypergonhälfte ( $w_1 = 40.0^\circ$ )**



**Abb. 2** Zerstreuungsfigur eines Strahlenbündels bei der Abbildung durch das Hypergon. (  $w_1 = 60,7^\circ$  )

Beide Beispiele zeigen, daß die Näherungslösung von WEINSTEIN die sagittalen Durchstoßhöhen besser wiederzugeben vermag als die von KÖHLER und PRADDEL.

Wie sind nun die Abweichungen zwischen exakter Rechnung und Näherung zu erklären? Aus den Ansätzen

$$(3,1) \quad v = \sum C_{ik} x^i y^k \quad \text{bzw.} \quad z = \sum A_{ik} x^i y^k$$

errechnen sich die Durchstoßhöhen in einer Bildebene zu

$$(3,2) \quad X = \sum C'_{ik} x^{i-1} y^k \quad \text{und} \quad Y = \sum C''_{ik} x^i y^{k-1}$$

bzw.

$$X = \sum A'_{ik} x^{i-1} y^k \quad \text{und} \quad Y = \sum A''_{ik} x^i y^{k-1}$$

$C'_{ik}$ ,  $C''_{ik}$  und  $A'_{ik}$ ,  $A''_{ik}$  sind nicht unabhängig voneinander und Funktionen von  $C_{ik}$  bzw.  $A_{ik}$ .

(3,2) kann man auch umschreiben in

$$(3,3) \quad X = \sum D'_{nm} r^n \cos^m \varphi \quad \text{und} \quad Y = \sum D''_{nm} r^n \cos^m \varphi$$

mit  $n = i + k - 1$  und  $m \leq n$ . Die  $D_{nm}$  sind Summen aus den  $C_{ik}$  bzw.  $A_{ik}$ .

Die Abweichungen zwischen exakter Rechnung und Näherung müssen sich in gleiche Reihen entwickeln lassen, nämlich

$$(3,4) \quad \Delta X = \sum E'_{nm} r^n \cos^m \varphi \quad \text{und} \quad \Delta Y = \sum E''_{nm} r^n \cos^m \varphi$$

Rechnet man nun  $\Delta X$  und  $\Delta Y$  für verschiedene Öffnungen aus, so sind aus den Verhältnissen

$$(3,5) \quad \text{bzw.} \quad \frac{\Delta Y_1}{\Delta Y_2} = \frac{\sum E'_{nm} r_1^n \cos^m \varphi}{\sum E'_{nm} r_2^n \cos^m \varphi}$$

$$\frac{\Delta X_1}{\Delta X_2} = \frac{\sum E''_{nm} r_1^n \cos^m \varphi}{\sum E''_{nm} r_2^n \cos^m \varphi}$$

abgekürzt geschrieben  $\frac{\Delta_1}{\Delta_2}$ , Schlüsse auf die Art des

auf tretenden Fehlers zu ziehen, denn ist

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2,$$

so ist die Gleichung der Darstellungsreste durch das Glied mit  $r^2$  bestimmt. Dieses Glied kann aber nur auftreten, wenn das entsprechende Glied in Gleichung (3,3) fehlerhaft ist. Es muß dann ein mit der 3. Potenz der Öffnung wachsender Koeffizient der Fehlergleichung (3,1) falsch berechnet worden sein.

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^3, \quad \text{so ist ein Koeffizient mit } i + k = 4 \text{ fehlerhaft bestimmt.}$$

Ist dagegen

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^v \quad \text{mit } i + k = v + 1 \text{ größer als die Summe der bei der Näherung berücksichtigten Öffnungspotenzen, so ist die benutzte Näherung bis zu der angegebenen Ordnung richtig, die Darstellungsreste sind durch die vernachlässigten Glieder höherer Ordnung bedingt.}$$

Derartige Fehlerbetrachtungen werden nun für beide Näherungslösungen durchgeführt:

a) Näherung von WEINSTEIN.

Die Verhältnisse der  $\Delta X$  und der  $\Delta Y$  sind sowohl beim Hypergon als auch bei der Hypergonhälfte größer als  $(r_1/r_2)^4$ , so daß also die Näherung bis zu der angegebenen Ordnung richtig sein müßte. Die Differenzen zwischen exakter Rechnung und Näherung sollten dann durch die vernachlässigten Glieder höherer Ordnung darstellbar sein. Dies wird bei der Hypergonhälfte nachgeprüft. Berücksichtigt man dabei nur die Glieder der Wellenfläche, die mit der 5. und 6. Potenz der Öffnung anwachsen, so ergibt sich folgender Ansatz:

$$(3,6) \quad \begin{aligned} \Delta Y &= -R \left( 5 A_{05} y^4 + 6 A_{06} y^5 + 3 A_{23} x^2 y^2 \right. \\ &\quad \left. + 4 A_{24} x^2 y^3 + A_{41} x^4 + 2 A_{42} x^4 y \right) \\ \Delta X &= -R \left( 2 A_{23} x y^3 + 2 A_{24} x y^4 + 4 A_{41} x^3 y \right. \\ &\quad \left. + 4 A_{42} x^3 y^2 + 6 A_{60} x^5 \right) \end{aligned}$$

Man erhält also lineare Gleichungen mit 6 bzw. 5 Unbekannten. Diese sind mit Hilfe des GAUSSschen Algorithmus lösbar. Das Ergebnis ist in Tabelle 1 zusammengestellt. Die Koeffizienten, die unabhängig voneinander aus beiden Gleichungssystemen bestimmt worden sind, weichen um weniger als 1% von ihrem Mittelwert ab.

Tab.1 Aus den Darstellungsresten ermittelte Fehlerkoeffizienten 4. und 5. Ordnung für die Hypergonhälfte.

	<u>aus <math>\Delta Y</math></u>	<u>aus <math>\Delta X</math></u>
$A_{41}$ ( $\mu/\text{mm}^5$ )	- 0,0477	- 0,0480
$A_{23}$ ( $\mu/\text{mm}^5$ )	- 0,0977	- 0,0964
$A_{05}$ ( $\mu/\text{mm}^5$ )	- 0,0503	
$A_{60}$ ( $\mu/\text{mm}^6$ )		0,0052
$A_{42}$ ( $\mu/\text{mm}^6$ )	0,0210	0,0206
$A_{24}$ ( $\mu/\text{mm}^6$ )	0,0254	0,0251
$A_{06}$ ( $\mu/\text{mm}^6$ )	0,0101	

Es ist nun noch zu prüfen, wie weit die Näherung 5. Ordnung auch die Darstellungsreste für die nicht verwendeten Richtungen und für andere Öffnungen richtig erfaßt. Das Ergebnis dieser Rechnungen ist in Tab.2 wiedergegeben. Die nach der Korrektur noch vorhandenen Restfehler betragen bis zu einer Öffnung  $r_{EP} = 1,0$  weniger als  $0,1 \mu$ , liegen also innerhalb der Rechenungenauigkeit. Bei einer Öffnung  $r_{EP} = 1,5$  sind sie immer noch geringer als  $10 \mu$  und steigen dann bei  $r_{EP} = 2,0$  bis auf etwa  $70 \mu$  an. Auch bei dieser Öffnung weichen die genäherten Werte um weniger als 5% von den Aberrationen des Objektivs ab.

$\phi_{EP}$ (°)	$r_{EP}$ (mm)	X	$\Delta X_3$ ( $\mu$ )	$\Delta X_5$	Y	$\Delta Y_3$ ( $\mu$ )	$\Delta Y_5$
0	0,7	0	0	0	164,8	- 2,6	0
	1,0	0	0	0	331,9	- 10,2 <sup>+) )</sup>	0
	1,5	0	0	0	735,8	- 49,9	- 2,4
	2,0	0	0	0	1301,5	-153,9	-18,4
22,5	0,7	51,7	- 1,1	0	155,7	- 2,6	0,1
	1,0	101,6	- 4,2 <sup>+) )</sup>	0	312,9	- 10,3	0
	1,5	216,4	- 20,2	- 1,3	691,4	- 50,4	- 3,7
	2,0	366,7	- 60,6	- 9,8	1219,9	-155,0	-21,5
45,0	0,7	67,2	- 1,8	0,1	134,9	- 2,5	0
	1,0	126,6	- 6,8 <sup>+) )</sup>	0	270,2	- 9,8 <sup>+) )</sup>	0
	1,5	246,6	- 30,3	- 3,0	594,2	- 47,2	- 3,5
	2,0	368,1	- 81,5	-19,7	1042,1	-142,2	-24,6
67,5	0,7	34,0	- 1,1	0,1	117,3	- 2,1	0,1
	1,0	49,2	- 3,5	0,1	236,9	- 8,4 <sup>+) )</sup>	0
	1,5	28,2	- 6,6	- 2,1	528,1	- 40,6	- 2,7
	2,0	- 129,2	22,1	- 4,8	939,9	-123,5	-20,1
90,0	0,7	- 28,7	0,9	0	115,8	- 2,0	0,1
	1,0	- 86,3	5,7	- 0,1	240,0	- 8,6	0,1
	1,5	- 316,9	46,4	3,4	561,9	- 45,8	- 2,4
	2,0	- 854,5	221,3	43,1	1061,2	-157,0	-23,9
112,5	0,7	- 83,2	2,6	- 0,1	132,1	- 2,6	0,1
	1,0	- 196,8	12,6 <sup>+) )</sup>	0	280,5	- 11,4	0,1
	1,5	- 566,4	80,7	6,9	685,8	- 64,7	- 3,6
	2,0	-1306,8	327,0	66,9	1359,8	-237,0	-38,9
135,0	0,7	- 97,8	2,6	0,1	157,2	- 3,1	0
	1,0	- 217,8	11,6 <sup>+) )</sup>	0	335,5	- 13,6 <sup>+) )</sup>	0
	1,5	- 574,1	68,3	4,7	826,0	- 76,7	5,8
	2,0	-1245,4	280,7	68,8	1658,6	-292,8	19,9
157,5	0,7	- 64,4	1,3	0	178,4	- 3,1	0,1
	1,0	- 139,4	5,8 <sup>+) )</sup>	0	378,6	- 13,4 <sup>+) )</sup>	0
	1,5	- 350,2	32,8	1,8	921,0	- 74,2	- 4,4
	2,0	- 707,2	117,3	16,3	1801,3	-261,4	-37,0
180,0	0,7	0	0	0	186,5	- 3,5	- 0,1
	1,0	0	0	0	394,4	- 12,7 <sup>+) )</sup>	0

+ ) Diese Werte wurden zum Bestimmen der Koeffizienten verwendet.

Damit ist also gezeigt, daß mit der Näherung von WEINSTEIN alle Koeffizienten einer Wellenfläche und damit alle Fehler eines optischen Systems richtig bestimmt werden, die maximal mit der 4. Potenz der Öffnung anwachsen. Auftretende Differenzen zwischen exakter Rechnung und Näherung sind durch Fehler höherer Ordnung bedingt.

b) Die Näherung von KÖHLER und PRADEL.

Die Näherung von KÖHLER und PRADEL ist zur Darstellung der meridionalen Zerstreungskordinaten gut geeignet. Bei beiden durchgerechneten Beispielen ergeben sich die Restfehler  $\Delta Y$  so klein, daß eine Verhältnisbildung zu ungenau wird, um Angaben über die Ordnung der Fehler machen zu können.

Anders ist es bei den Darstellungsresten  $\Delta X$ . Aus Tab.3 ist abzulesen, daß von den fehlerhaften Koeffizienten mindestens einer mit der 4. Potenz der Öffnung in die Fehlergleichung eingeht. Die Aberrationskurven in Abb.1 lassen vermuten, daß es sich bei dem fehlerhaften Glied um den Koeffizienten der sagittalen sphärischen Aberration handelt, denn dieser hat nur Einfluß auf die X-Werte und nur er bestimmt bei der gewählten Bildebene den Aberrationsbetrag von X für  $\varphi = 90^\circ$  ( $\neq \phi_{EP} = 90^\circ$ ).

Wie ist nun dieser Fehler zu erklären? Aus Gleichung (2,2) folgt, daß bei einer Näherung 5. Ordnung nur 2 Fehlerglieder vorhanden sind, die mit der 4. Potenz der Öffnung anwachsen. Nach GULLSTRAND besitzt aber ein optisches System 3 voneinander unabhängige Öffnungsfehler. Um ein drittes mit der 4. Potenz der Öffnung anwachsendes Fehlerglied zu erhalten, müssen beim Eikonale auch die 8. Potenzen noch berücksichtigt werden. Man muß also mit einer Näherung 7. Ordnung rechnen, wenn man alle Fehler 3. Ordnung in bezug auf die Öffnung einbeziehen will.

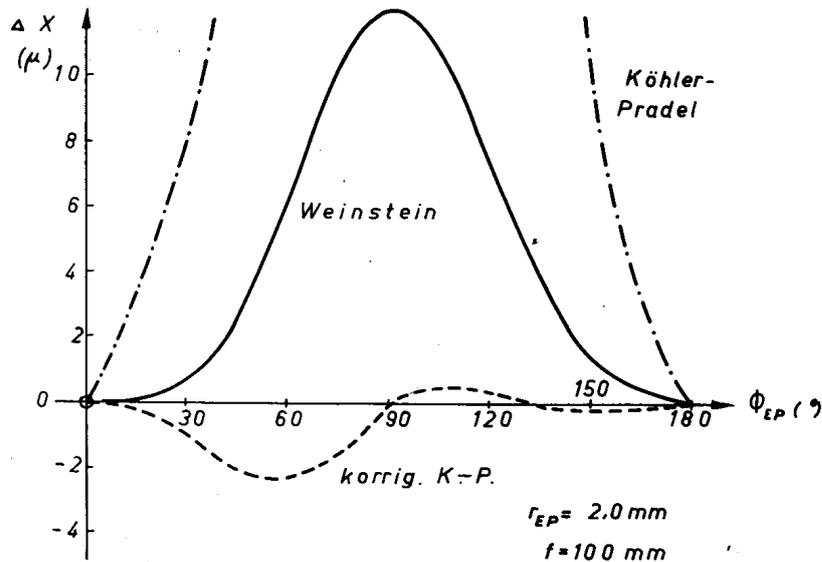
Tab. 3 Das Anwachsen der Darstellungsreste  $\Delta X$  als Funktion der Öffnungen in der Austrittspupille.

$\Phi_{EP}$	$\frac{\Delta X_1}{\Delta X_2}$	$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$	$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$	$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$	$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^4$	$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^5$
<u>Hypergonhälfte</u>						
90,0°	3,32	1,43	2,04	2,92	4,18	5,98
112,5°	3,54	1,43	2,04	2,92	4,18	5,98
<u>Hypergon</u>						
90,0°	2,49	1,33	1,77	2,36	3,13	4,18
135,0°	2,48	1,33	1,77	2,36	3,13	4,18
45,0°	2,44	1,34	1,79	2,40	3,21	4,30

Wird nun dieses von KÖHLER und PRADEL vernachlässigte Öffnungsfehlerglied in die Fehlerbetrachtung aufgenommen, so ist auch die sagittale Komponente mit ausreichender Genauigkeit wiederzugeben. Das zeigt am Beispiel des Hypergons die Abb. 3, in der die so korrigierten Darstellungsreste mit denen von WEINSTEIN verglichen worden sind.

Mit der Einführung des zusätzlichen Fehlerkoeffizienten wird aber die wichtige Voraussetzung von KÖHLER und PRADEL verletzt, daß die gesamte Zerstreuungsfigur aus Strahlen des Meridionalschnittes bestimmt werden könne, denn zur Bestimmung des neuen Koeffizienten ist eine windschiefe Durchrechnung notwendig.

Die Ursache des Fehlers ist damit ermittelt. Es bleibt aber noch zu prüfen, inwieweit er den Gültigkeitsbereich der Näherung gegenüber der von WEINSTEIN einschränkt. Nach § 2 ist die Voraussetzung für die Anwendbarkeit der Näherung dadurch gekennzeichnet, daß alle Glieder  $c q^i r^k y^l$  mit  $i + k + l > 6$  klein



**Abb. 3** Vergleich der korrigierten Darstellungsreste nach KÖHLER - PRADEL mit denen von WEINSTEIN ( X - Komponente beim Hypergon ).

gegenüber den Gliedern sein müssen, bei denen  $i + k + l \leq 6$  ist (anstelle  $q$  steht bei einem unendlich weit entfernten Objekt  $\text{tg } w_1$ ). Das mit der 4. Potenz der Öffnung anwachsende Glied 8. Grades ist  $c \text{tg}^4 w_1 y^4 = c' y^4$ .  $c'$  wächst mit der 4. Potenz von  $\text{tg } w_1$ , die Bedeutung dieses Gliedes nimmt also für große Neigungs-Winkel stark zu. So erklärt sich auch der Größenunterschied zwischen den Darstellungsresten bei der Hypergonhälfte, wo Strahlen mit  $w_1 = 40,0^\circ$ , und beim Hypergon, wo Strahlen mit einer Neigung von  $60,7^\circ$  gerechnet worden sind.

Betrachtet man sehr wenig geneigte Strahlen, bei denen nicht der Faktor  $\text{tg}^4 w_1$ , sondern der Faktor  $c$  den Koeffizienten  $c'$  bestimmt, so zeigt sich, daß das Fehlerglied auch dann nicht vernachlässigt werden darf. Wird es nämlich weggelassen, so sind die 3 Koeffizienten der sphärischen Aberration nicht mehr unabhängig voneinander:

Der Koeffizient der sagittalen sphärischen Aberration ist dann durch die Differenz von gemischter und meridionaler sphärischer Aberration bestimmt, eine Voraussetzung, die bei der Wellenfläche im allgemeinen für kleine Neigungswinkel erfüllt ist. Bei der Näherung von KÖHLER und PRADEL ist aber die y-Achse des Koordinatensystems nicht senkrecht zum Hauptstrahl, sondern senkrecht zur optischen Achse gelegt, so daß die Voraussetzung schon dann nicht mehr erfüllt ist, wenn sich die y-Werte in beiden Koordinatensystemen um merkliche Beträge unterscheiden. Das ist immer dann der Fall, wenn der Cosinus des Winkels, unter dem der Hauptstrahl die Achse schneidet, nicht mehr gleich 1 gesetzt werden darf. Diese Winkelbeschränkung ist bedeutend strenger als die oben angeführte Beschränkung auf kleine Neigungswinkel, so daß sie den Gültigkeitsbereich der Näherung bestimmt. Innerhalb des Gebietes sehr kleiner Hauptstrahlneigungen sind aber die Formeln von KÖHLER und PRADEL denen von WEINSTEIN überlegen, weil sie höhere Öffnungspotenzen berücksichtigen und deshalb bis zu größeren Öffnungsverhältnissen angewendet werden dürfen.

Die gleichen Überlegungen gelten auch für die Näherung 3. Ordnung von KÖHLER<sup>8)</sup>. Bei dieser werden wegen der geringen Anzahl von Koeffizienten noch weitere Voraussetzungen über den Zusammenhang der Fehler gemacht, was den Bereich der Gültigkeit sowohl hinsichtlich der Hauptstrahlneigung als auch der Öffnung noch weiter begrenzt. Strenge Gültigkeit hat die Näherung 3. Ordnung nur innerhalb des SEIDELschen Gebietes.

Die näherungsweise Berechnung der Zerstreuungsfigur eines Objektpunktes beliebiger Neigung führt also nur dann zu befriedigenden Ergebnissen, wenn die Fehlerkoeffizienten der Wellenfläche in der Umgebung des Hauptstrahls bestimmt werden. In diesem Falle hängt der Gültigkeitsbereich der Näherung nur vom Grad der noch berücksichtigten Öffnungspotenzen ab.

§ 4 Methoden zur näherungsweise Berechnung der Koeffizienten einer Wellenfläche 4. Grades.

Wie bereits in § 2 gezeigt wurde, lautet die Gleichung der Wellenfläche 4. Grades

$$(4,1) \quad z = A_{00} + A_{01}y + A_{02}y^2 + A_{03}y^3 + A_{04}y^4 \\ + A_{20}x^2 + A_{21}x^2y + A_{22}x^2y^2 \\ + A_{40}x^4$$

Koordinatenursprung ist entweder der Schnittpunkt Hauptstrahl-Fläche, Hauptstrahl-Austrittspupille oder ein anderer Punkt auf dem Hauptstrahl, an welchem die Wellenfläche betrachtet werden soll. Die z-Achse fällt mit dem Hauptstrahl zusammen, die y-Achse liegt in der Meridionalebene.

Kennt man die Gleichung der Wellenfläche, so erhält man aus den Normalengleichungen die Durchstoßpunkte X, Y einer zum Hauptstrahl senkrechten Ebene im Abstand R zu

$$(4,2) \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x - X}{R (-z)} \quad \text{und} \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y - Y}{R (-z)}$$

z kann vernachlässigt werden, wenn der Abstand Koordinatenursprung-Bildebene = R sehr groß gegenüber der durch die Öffnung bedingte Pfeilhöhe ist.

Aus (4,2) folgt

$$(4,3) \quad \begin{aligned} -\frac{X}{R} &= (2 A_{20} - \frac{1}{R}) x + 2 A_{21} xy + 2 A_{22} xy^2 + 4 A_{40} x^3 \\ -\frac{Y}{R} &= (2 A_{02} - \frac{1}{R}) y + 3 A_{03} y^2 + 4 A_{04} y^3 + A_{21} x^2 \\ &\quad + 2 A_{22} x^2 y + A_{01} \end{aligned}$$

Für  $x \rightarrow 0$  und  $y \rightarrow 0$  muß die Zerstreungsfigur auf den Schnittpunkt Hauptstrahl-Bildebene zusammenschrumpfen. Dies bedeutet, daß ein Fehlerglied 0. Ordnung nicht vorhanden sein darf, also  $A_{01} = 0$  sein muß. Ein derartiges Fehlerglied tritt erst dann auf, wenn man die Wellenaberration betrachtet und die Vergleichskugel gegenüber der Wellenfläche kippt, oder aber als Ursprung der Bildebene nicht den Durchstoßpunkt des Hauptstrahls, sondern beispielsweise den Punkt wählt, in dem der verzeichnungsfreie Hauptstrahl die Bildebene schneiden müßte.

Ein optisches System besitzt also, auf den Hauptstrahl bezogen, 7 unabhängige Fehler 3. Ordnung. Zu suchen sind jetzt Methoden, nach denen die Größe der einzelnen Fehler errechnet werden kann.

Zwei der Koeffizienten sind unmittelbar durch die Rechen-  
daten des Hauptstrahls bestimmt, denn es ist

$$(4,4) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{R_f} = 2 A_{20} \quad , \quad \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{R_t} = 2 A_{02}$$

Der sagittale und der tangentielle Krümmungsradius der Wellenfläche sind aber identisch mit der sagittalen und der tangentialen Schnittweite auf dem Hauptstrahl, also

$$(4,5) \quad A_{20} = \frac{1}{2 R} = \frac{1}{2 f} \quad , \quad A_{02} = \frac{1}{2 R_t} = \frac{1}{2 t}$$

wobei  $f$  und  $t$  vom Koordinatenursprung der Wellenfläche aus zu rechnen sind.

Für die Berechnung der restlichen 5 Koeffizienten gibt es mehrere Lösungen, die anschließend diskutiert werden sollen.

a) Bestimmung der Koeffizienten nach WEINSTEIN.

WEINSTEIN<sup>10)</sup> nutzt zur Berechnung der Wellenflächenkoeffizienten das HUYGENSSche Prinzip aus, wonach

$$(4,6) \quad \Delta n q = 0$$

sein muß ( die Bedeutung von  $q$  und  $q'$  ist aus Abb.4 zu entnehmen,  $n$  und  $n'$  sind die Brechungsindizes vor und hinter der brechenden Fläche  $k$ ).

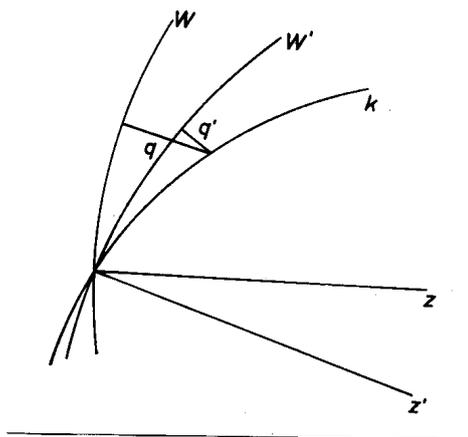


Abb.4 Beschreibung des HUYGENSSchen Prinzips nach WEINSTEIN.

Es gelingt ihm, für jeden seiner 5 Koeffizienten, die nicht völlig mit den in Gleichung (4,1) angegebenen übereinstimmen, eine Invariantenbeziehung aufzustellen und eine Übergangsformel zur nächsten Fläche zu finden, an der die Rechnung

wiederholt werden muß. ( Die von KÖNIG und v.ROHR<sup>3)</sup> auf anderem Wege abgeleiteten Invariantengleichungen für die einzelnen Bildfehler 3. Ordnung sind die gleichen, wie die von WEINSTEIN errechneten.)

Die Koeffizientengleichungen sind Funktionen der Hauptstrahlrechenaten, wie an einem Beispiel gezeigt werden soll:

Für  $A_{21} = C_{12}^{\text{WEINSTEIN}}$  gilt

$$\Delta A_{21} n \cos i = \Delta n \left( \frac{\sin i \cdot \cos i}{2 r t} - \frac{\sin i}{2 \cdot 2} \right)$$

und

$$A_{21}(k+1) = \left( \frac{t'_k}{t'_{k+1}} \right) \cdot \left( \frac{k}{k+1} \right)^2 \cdot A'_{21}(k)$$

Die Gleichungen für die anderen Koeffizienten sind ähnlich, bestehen aber aus mehr Gliedern. Daraus folgt:

Für die exakte Berechnung aller Fehlerkoeffizienten ist nur die Durchrechnung des Hauptstrahls mit Astigmatismus erforderlich. Sie ist jedoch wegen der vielen Glieder ziemlich umständlich. Man kann die Fehlerkoeffizienten nicht aufsummieren, sondern muß sie von Fläche zu Fläche verfolgen. Es ist auch kein Zusammenhang zwischen den einzelnen Flächenteilkoeffizienten festzustellen, so daß alle 5 Koeffizienten getrennt berechnet werden müssen. Die Gleichungen haben zwar den Vorteil, daß viele Glieder mit dem Rechenschieber ausreichend genau zu ermitteln sind, es wird jedoch kaum möglich sein, ohne Formelvorlage zu rechnen, weil sich die Vielzahl der Operationen nicht wie bei Randstrahl- oder auch bei windschiefer Rechnung einprägt. Es wird deshalb nach einfacheren Methoden zu suchen sein, welche die näherungsweise Berechnung der Koeffizienten mit ausreichender Genauigkeit gestatten.

b) Bestimmung der Koeffizienten aus Strahlen, die nur sehr wenig vom Hauptstrahl abweichen.

Werden die in § 2 angegebenen Grenzwertbetrachtungen unter Berücksichtigung von Gleichung (4,5) durchgeführt, so ergibt sich

$$\begin{aligned} 2 A_{21} &= \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial(1/f)}{\partial y} & 6 A_{03} &= \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial(1/t)}{\partial y} \\ (4,8) & & & \\ 24 A_{04} &= \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial^2(1/t)}{\partial y^2} & 24 A_{40} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial^2(1/f)}{\partial x^2} \\ 4 A_{22} &= \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial^2(1/f)}{\partial y^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial^2(1/t)}{\partial x^2} \end{aligned}$$

Ersetzt man die Differentiale durch Differenzen, so können die Koeffizienten näherungsweise aus den Rechenwerten einiger Komastrahlen ermittelt werden. Aus Gleichung (4,8) ist abzulesen, daß folgende Durchrechnungen notwendig sind:

1. Hauptstrahl mit Astigmatismus.
2. 2 Komastrahlen im Meridionalschnitt mit Astigmatismus.
3. 2 Komastrahlen im Sagittalschnitt mit Astigmatismus (STURMSche Formeln).

Die näherungsweise Berechnung der Fehlerkoeffizienten mit den Formeln (4,8) erweist sich aber in der Praxis als recht umständlich und ungenau, so daß ihre Anwendung ebenfalls unvorteilhaft ist.

c) Berechnung der Fehlerkoeffizienten aus den Aberrationen einiger Komastrahlen endlicher Öffnung.

Zu Beginn dieses Abschnittes wurde gezeigt, wie man die Durchstoßpunkte in einer beliebigen Bildebene senkrecht zum Hauptstrahl aus den Daten der Wellenfläche bestimmt. Da die Rechnung umkehrbar eindeutig ist, muß es aber auch möglich sein, aus den Aberrationsbeträgen einiger diskreter Komastrahlen die Fehlerkoeffizienten der Wellenfläche zu ermitteln. Genau so wie der Weg von der Wellenfläche zu den Aberrationsbeträgen nur zu einer angenäherten Bestimmung derselben führen kann, weil die Aberrationen nicht mit berücksichtigt werden, die durch Fehler höherer Ordnung bedingt sind, so sind umgekehrt auch die Fehlerkoeffizienten nur näherungsweise errechenbar, weil die durch die Fehler aller Ordnungen hervorgerufenen Aberrationsbeträge in die Gleichungen eingehen. Um zu einem befriedigenden Ergebnis zu gelangen, darf also die Öffnung des Systems nur so groß gewählt werden, daß Aberrationen höherer Ordnungen zu vernachlässigen sind.

Aus Untersuchungen mit der WEINSTEINSchen Näherung ist bekannt, daß diese Voraussetzungen auch bei großen Bildwinkeln immer durch eine Beschränkung der Öffnung des Systems entsprechend

$$(4,9) \quad \left| \frac{-2 \lambda f^3}{\sum A} \right| \leq (r_{EP})^4 \quad \left( \sum A \text{ für } f = 1 \text{ gerechnet} \right)$$

zu erfüllen ist. Dieser Wert ist ein Erfahrungswert. Für Systeme mit sphärischer Aberration ohne Zone ist die Aussage identisch mit der Angabe, daß die Wellenaberration bezogen auf den GAUSSschen Bildpunkt nicht größer als  $\lambda / 4$  sein darf, sie ist gleichbedeutend mit der Forderung

$$(4,10) \quad \Delta s \leq \lambda / \sin^2 u'$$

Aus Gleichung (4,9) oder (4,10) ist es nun möglich, die Öffnung zu bestimmen, mit welcher die für die Fehlerkoeffizientenbestimmung notwendigen Komastrahlen zu rechnen sind. Die Gleichungen geben zwar nur die maximal zulässigen Öffnungen an. Es ist aber nicht ratsam, viel kleinere Eingangshöhen zu wählen, weil die Aberrationsbeträge XY der Systeme dann zu klein werden und damit die Koeffizienten nur ungenau zu berechnen sind.

Damit ist die Näherungsmethode ausreichend beschrieben. Es sollen aber noch zwei Vorschläge für eine geschickte Auswahl der Komastrahlen gegeben werden, um die Rechenarbeit möglichst zu vereinfachen.

#### Vorschlag 1

Es werden der Hauptstrahl mit Astigmatismus, 2 Komastrahlen im Meridionalschnitt und 2 windschiefe Komastrahlen symmetrisch zur Sagittalebene gerechnet. Dabei ist zu empfehlen, die beiden windschiefen Strahlen möglichst in die Nähe des Sagittalschnittes zu legen, also entweder Strahlen mit  $\phi_{EP} = 60^\circ$  und  $120^\circ$  oder  $75^\circ$  und  $105^\circ$  zu rechnen. Weiter ist es sinnvoll,

- 1) den Koordinatenursprung der Wellenfläche in die Austrittspupille zu legen, weil durch diese Wahl ein Vergleich verschiedener Systeme möglich wird (die Koordinaten der Wellenfläche sind dann die Durchstoßpunkte der Komastrahlen in der AP senkrecht zum Hauptstrahl),
- 2) als Bildebene die Ebene durch den tangentialen Bildpunkt zu wählen, weil dann möglichst einfache Gleichungssysteme zu lösen sind.

Zur Berechnung der Koeffizienten sind folgende Rechenaten notwendig:

Hauptstr.	Komastr. 1	Komastr. 2	Komastr. 3	Komastr. 4
			$x_3$	$x_4$
	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$
$1/f$			$-x_3/R$	$-x_4/R$
$1/t$	$-y_1/R$	$-y_2/R$	$-y_3/R$	$-y_4/R$
R				

$$y_1(EP) = -y_2(EP) = \sqrt{y_3^2(EP) + z_3^2(EP)} = \sqrt{(-y_4(EP))^2 + z_3^2(EP)} = r(EP)$$

$f$ ,  $t$  und  $R$  sind von der Wellenfläche aus zu rechnen.

Man errechnet dann

1. aus den Hauptstrahl Daten  $A_{20}$  und  $A_{02}$ ,
2. aus den Komastrahlen 1 und 2  $A_{03}$  und  $A_{04}$ ,
3. aus den meridionalen Aberrationen der Komastrahlen 3 und 4  $A_{21}$  und  $A_{22}$ ,
4. aus den sagittalen Aberrationen der Komastrahlen 3 und 4  $A_{40}$  (Es ist zu empfehlen,  $A_{40}$  aus beiden Komastrahlen zu berechnen und zu mitteln).

### Vorschlag 2.

Es werden Hauptstrahl mit Astigmatismus, 2 Komastrahlen im Meridionalschnitt mit Astigmatismus und 1 Komastahl im Sagittalschnitt gerechnet. Bei der Berechnung der Koeffizienten nach diesem Vorschlag werden außer den Aberrationsgleichungen (4,3) noch folgende Beziehungen berücksichtigt:

$$(4,4) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{f_H}$$

$$(4,11) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} ( 2 A_{20} + 2 A_{21} y + 2 A_{22} y^2 )$$

und daraus

$$(4,12) \quad \frac{\partial}{\partial y} (1/f) = \frac{\partial}{\partial y} ( \frac{1}{f_H} + 2 A_{21} y + 2 A_{22} y^2 )$$

Ersetzt man die Differentiale durch endliche Differenzen, d.h. setzt man  $\partial y = y - y_0$  (wobei  $y_0 = 0$ ), so erhält man schließlich

$$(4,13) \quad \frac{1/f_K - 1/f_H}{y} = 2 A_{21} + 2 A_{22} y$$

Nach Vorschlag 2 benötigt man also zur Berechnung der Koeffizienten folgende Daten

Hauptstr.	Komestr.1	Komestr.2	Komestr.3
			$x_3$
	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$1/f$	$1/f_1$	$1/f_2$	
$1/t$			$- x_3/R$
	$- Y_1/R$	$- Y_2/R$	$- Y_3/R$
R			

$$y_1(EP) = - y_2(EP) = x_3(EP) = r(EP)$$

Die Koeffizienten werden dann wieder schrittweise berechnet wie nach Vorschlag 1.

Die unter 2) beschriebene Rechenmethode ist einfacher als die nach Vorschlag 1) und deshalb im allgemeinen vorzuziehen. Sie hat außerdem den Vorteil, daß aus den Durchstoßpunkten der 3 Komastrahlen in der Aperturblende die natürliche Vignettierung des Systems berechnet werden kann, wie im nächsten Kapitel näher ausgeführt wird.

Einschränkend ist jedoch darauf hinzuweisen, daß bei Systemen, die mit größerer Öffnung gerechnet werden dürfen, der Übergang von Gleichung (4,12) auf (4,13) nicht mehr erlaubt ist, so daß also die Methode 2) dann ungenaue Werte für  $A_{21}$  und  $A_{22}$  liefert. Die kritische Öffnung ist für jeden Objektivtyp verschieden groß. Bei den hier gerechneten Weitwinkelobjektiven liegt sie etwa bei 1 : 20. Ob die Methode noch angewendet werden darf, sieht man aber sofort, wenn mit den errechneten Werten der zur Rechnung nicht benutzte Wert  $- Y_3/R$  nachgeprüft wird. Beträgt der Darstellungsrest  $\Delta Y$  mehr als  $5 \mu$ , so sollte besser nach Vorschlag 1 gerechnet werden.

Tab.4 gibt einen Vergleich von nach WEINSTEIN und den beiden Näherungsmethoden ermittelten Koeffizienten. Beim Hypergon ist dabei  $r_{(EP)}$  1,4mal größer gewählt worden, als nach Gleichung (4,9) zulässig wäre, es wurde also in diesem Fall eine Wellenaberration von  $\lambda$  zugelassen. Die Näherung nach WEINSTEIN ergibt dann Darstellungsreste von maximal  $10 \mu$ .

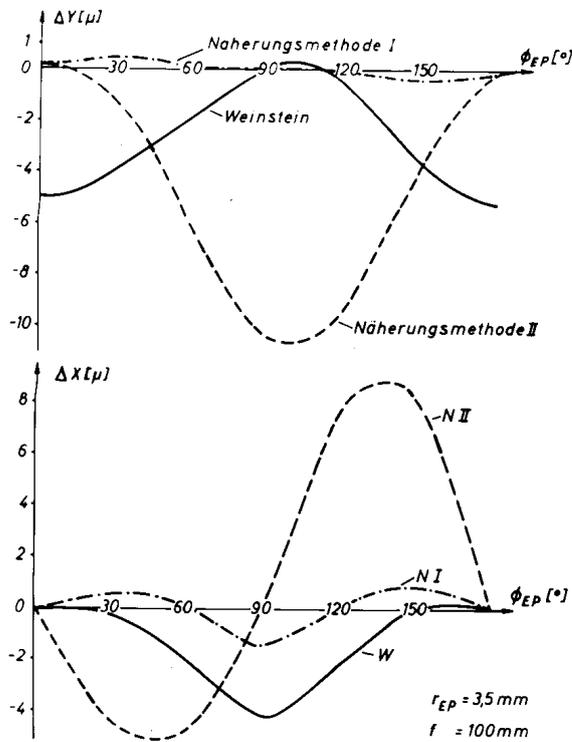
Um zu zeigen, wie sich die Abweichungen zwischen den Koeffizienten auswirken, sind in Abb.5 die Darstellungsreste bei den zur Rechnung benutzten Öffnungen aufgetragen. Dabei ist besonders für das Hypergon die Verbesserung der Darstellung durch die genäherten Methoden auffallend, welche die Aberrationen an den gerechneten Punkten genau erfassen und bei denen auch die Abweichungen für die dazwischenliegenden Winkel geringer

**Tab.4** Gegenüberstellung von exakt und genähert bestimmten Fehlerkoeffizienten der Wellenfläche in der AP.

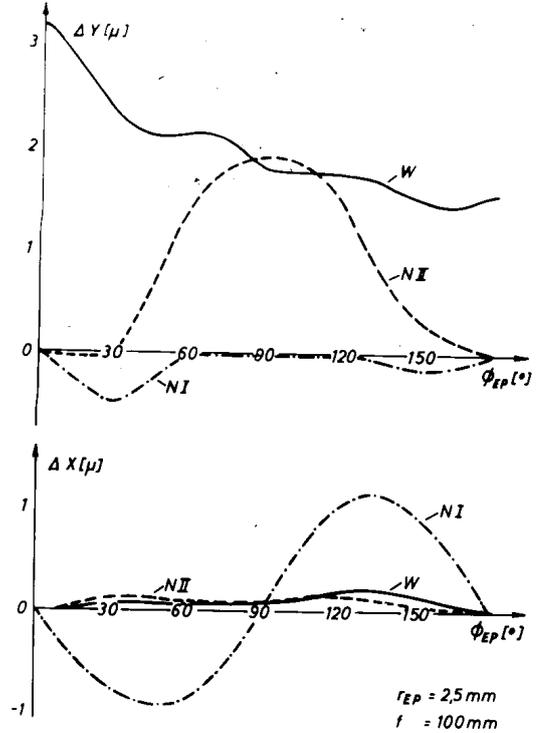
	$A_{03}$ ( $\mu\text{p}/\text{mm}^3$ )	$A_{21}$	$A_{04}$	$A_{22}$ ( $\mu\text{p}/\text{mm}^4$ )	$A_{40}$
<b>Topogon</b> $w_1 = 45,60^\circ$					
$r_{EP} = 3,5 \text{ mm}$					
exakt	-12,8	-10,1	3,5	3,0	-1,1
N I	-14,7	-10,0	3,5	2,8	-1,3
N II	-14,7	- 4,3	3,5	2,4	-1,3
<b>Russar 22</b> $w_1 = 57,03^\circ$					
$r_{EP} = 2,5 \text{ mm}$					
exakt	- 5,7	- 6,6	1,5	1,3	0,5
N I	- 3,4	- 5,0	1,9	1,4	0,5
N II	- 3,4	- 6,7	1,9	1,4	0,5
<b>Hyperton</b> $w_1 = 60,73^\circ$					
$r_{EP} = 2,0 \text{ mm}$					
exakt	-11,0	-11,1	21,8	45,1	23,3
N I	-11,5	-12,3	22,3	47,1	24,3
N II	-11,5	- 9,8	22,3	45,0	25,1

sind als bei der exakten Rechnung. Daraus folgt aber, daß in den Fällen, in denen die Näherung nur zur Bestimmung der Zerstreuungsfigur benutzt werden soll, eine Wellenaberration von  $\lambda$  oder sogar auch  $2\lambda$  zugelassen werden kann, das bedeutet, der Radius der Eintrittspupille  $r_{(EP)}$  darf 1,4- bzw. 1,65-mal so groß sein wie der nach Gleichung (4,9) errechnete Maximalwert. Sollen dagegen die Wellenflächen bestimmt werden, so ist die errechnete Öffnung einzuhalten. Aus den Kurven für das Topogon ist zu ersehen, wie sich die zu groß gewählte Öffnung bei der Koeffizientenbestimmung nach Methode 2) auf die Güte der Näherung auswirkt.

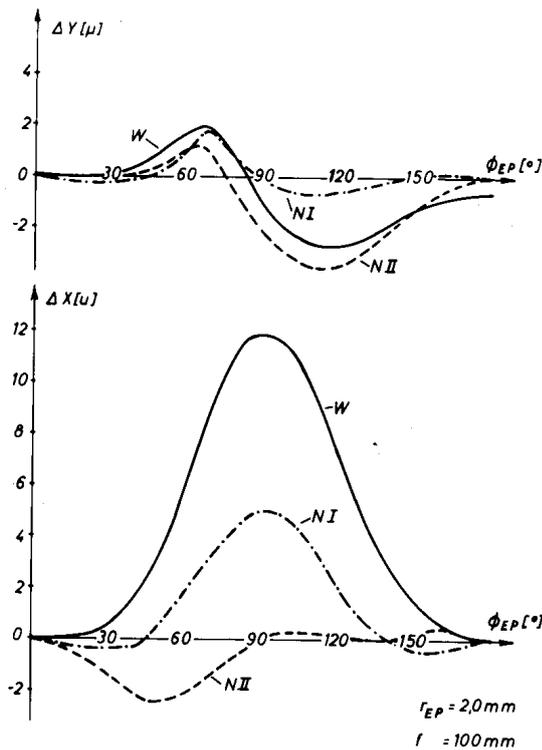
**Abb. 5** Vergleich der Darstellungsreste in der sagittalen Bildebene senkrecht zum Hauptstrahl bei Berechnung der Aberrationen nach WEINSTEIN und den unter c) vorgeschlagenen Methoden I und II



Topogon:  $w_1 = 45,6^\circ$



Russar 22:  $w_1 = 57,0^\circ$



Hypergon:  $w_1 = 60,7^\circ$

§ 5 Untersuchung des Zusammenhanges zwischen den Koeffizienten der Wellenfläche und den Fehlersummen nach SEIDEL.

In § 4 wurden die Gleichungen (4,3) für die Durchstoßpunkte in einer Bildebene senkrecht zum Hauptstrahl abgeleitet. Die darin auftretenden Fehlerkoeffizienten sind Funktionen der Hauptstrahlneigung, geht diese gegen null, so streben die Koeffizienten bestimmten Grenzwerten zu. Die gleichen Grenzwerte lassen sich aber auch aus den SEIDELschen Fehlersummen errechnen, so daß der gesuchte Zusammenhang zwischen den allgemeinen Fehlerkoeffizienten und den SEIDELschen Summen ermittelt werden kann. (Die in folgenden aufgestellten Beziehungen sind in anderer Form bei KÖNIG und v. ROHR<sup>3)</sup> zu finden.)

Beschränkt man sich auf so kleine Hauptstrahlneigungen, daß  $\cos w_k^i = 1$  gesetzt werden darf, so sind die Koordinaten der Wellenfläche in der Austrittspupille (AP) identisch mit den Durchstoßpunkten durch die AP senkrecht zur optischen Achse und die Durchstoßpunkte durch eine Bildebene X, Y senkrecht zum Hauptstrahl gleich denen durch eine Bildebene senkrecht zur optischen Achse. Die aus den allgemeinen Fehlergleichungen 3. Ordnung errechneten Aberrationsbeträge können in diesem Bereich also auch mit den SEIDELschen Aberrationsgleichungen bestimmt werden. Diese lauten in der Schreibweise von BEREK nach SLEVOGT<sup>14)</sup>

$$\begin{aligned}
 X = & -\frac{1}{2} \frac{B s_1}{n_1} \left[ \frac{(x_1^2 + y_1^2) x_1}{(s_1 - z_1)^3} s_1^3 \sum A \right. \\
 & \left. + \frac{2 x_1 y_1 s_1^2}{(s_1 - z_1)^2} \left( \frac{n_1 L_1}{s_1} \right) \sum B + \frac{s_1 x_1}{s_1 - z_1} \left( \frac{n_1 L_1}{s_1} \right)^2 \sum (\Gamma + P) \right] \\
 (5,1) \quad Y = & -\frac{1}{2} \frac{B s_1}{n_1} \left[ \frac{(x_1^2 + y_1^2) y_1}{(s_1 - z_1)^3} s_1^3 \sum A \right. \\
 & + \frac{x_1^2 + 3y_1^2}{(s_1 - z_1)^2} s_1^2 \left( \frac{n_1 L_1}{s_1} \right) \sum B + \frac{y_1 s_1}{s_1 - z_1} \left( \frac{n_1 L_1}{s_1} \right)^2 \sum (3\Gamma + P) \\
 & \left. + \left( \frac{n_1 L_1}{s_1} \right)^3 \sum E \right]
 \end{aligned}$$

$x_1$  und  $y_1$  sind die Durchstoßpunkte in der Eintrittspupille (EP). Ersetzt man sie durch die Koordinaten  $x$  und  $y$  der AP, wobei  $x_1 = x/B_p$  und  $y_1 = y/B_p$  gesetzt werden darf

( $B_p$  ist der Abbildungsmaßstab der Pupillen, für symmetrische Objektive ist  $B_p = 1$ ), und rechnet außerdem mit  $s_1 = \infty$  und  $n_1 = 1$ , so ergeben sich die folgenden aus (5,1) abgeleiteten Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 (5,2) \quad X = & -\frac{f}{2} \left[ \frac{(x^2 + y^2) x}{B_p^3} \sum A - \frac{2 xy \operatorname{tg} w_1}{B_p^2} \sum B \right. \\
 & \left. + \frac{x \operatorname{tg}^2 w_1}{B_p} \sum (\Gamma + P) \right]
 \end{aligned}$$

$$(5,2) \quad Y = -\frac{f}{2} \left[ \frac{(x^2 + y^2) y}{B_p^2} \sum A - \frac{x^2 + 3y^2}{B_p^2} \operatorname{tg} w_1 \sum B \right. \\ \left. + \frac{y}{B_p} \operatorname{tg}^2 w_1 \sum (3\Gamma + P) - \operatorname{tg}^3 w_1 \sum E \right]$$

Bildebene ist dabei die Ebene durch den GAUSSschen Bildpunkt senkrecht zur optischen Achse. Bezieht man die Aberrationen bei endlicher Neigung auf den Hauptstrahl, so ist das Glied  $\operatorname{tg}^3 w_1 \sum E = 0$ .

Aus den Gleichungen (5,2) und (4,3) folgt unter den genannten Voraussetzungen

$$X = -R \left[ (2 A_{02} - 1/R) x + 2 A_{21} xy \right. \\ \left. + 2 A_{22} xy^2 + 4 A_{40} x^3 \right] \\ - \frac{f}{2} \left[ \frac{\operatorname{tg}^2 w_1}{B_p} \sum (\Gamma + P) \cdot x - \frac{2 \operatorname{tg} w_1}{B_p^2} \sum B \cdot xy \right. \\ \left. + \frac{1}{B_p^3} \sum A \cdot (xy^2 + x^3) \right]$$

(5,3)

$$Y = -R \left[ (2 A_{20} - 1/R) y + 3 A_{03} y^2 + A_{21} x^2 \right. \\ \left. + 2 A_{22} x^2 y + 4 A_{04} y^3 \right] \\ - \frac{f}{2} \left[ \frac{\operatorname{tg}^2 w_1}{B_p} \sum (3\Gamma + P) \cdot y - \frac{3 \operatorname{tg} w_1}{B_p^2} \sum B \cdot y^2 \right. \\ \left. - \frac{\operatorname{tg} w_1}{B_p^2} \sum B \cdot x^2 + \frac{1}{B_p^3} \sum A \cdot (x^2 y + y^3) \right]$$

R ist der Abstand AP - GAUSSsche-Bildebene ( $-s_p'$ ), d.h.  $R = f B_p$

Durch Koeffizientenvergleich ist es nun möglich, die gesuchten Zusammenhänge zu ermitteln.

Für  $w_1 = 0^\circ$  ergeben sich

$$(5,4) \quad A_{20} = A_{02} = 1/2R$$

$$(5,5) \quad A_{03} = A_{21} = 0$$

$$(5,6) \quad A_{04} = \frac{A_{22}}{2} = A_{40} = \frac{f \sum A}{8 R B_p^3} = \frac{\sum A'}{8 f^3 B_p^4}$$

Die gestrichenen Fehlersummen sind für  $f = 1$  errechnet.

Gleichung (5,4) ist identisch mit (4,5) für  $w_1 = 0$ . (5,5) und die Beziehungen zwischen den  $A_{ik}$  in (5,6) ergeben sich ebenfalls unmittelbar aus den Gleichungen der allgemeinen Fehlerkoeffizienten. Es bleibt zu prüfen, ob auch der durch (5,6) geforderte Zusammenhang zwischen den  $A_{ik}$  und  $\sum A$  durch die Rechnung bestätigt wird.

Tab.5 Vergleich von Öffnungsfehlerkoeffizienten für  $w_1 = 0^\circ$

	$A_{04} = A_{22}/2 = A_{40} \text{ (mp/mm}^4\text{)}$ aus (4,3)	aus (5,6)
Globe Lens	14,0	14,8
Pantoskop	59,5	57,5
Hyperton	46,2	46,3
Concentric Lens	12,1	11,7
Neuschromat	4,5	4,4
Weitwinkelaplanat	1,1	2,0
Topogon	0,2	0,4
Russar 22	1,9	1,9

In Tab.5 sind die nach WEINSTEIN oder einer der Näherungsmethoden ermittelten und die aus (5,6) errechneten

Koeffizienten  $A_{04}$  für  $w_1 = 0^\circ$  nebeneinander aufgeführt. Die Werte stimmen überein, wenn  $A_{04}$  exakt bestimmt, und weichen nur unwesentlich voneinander ab, wenn nach einer der Näherungsmethoden gerechnet worden ist.

Für  $w_1 \neq 0$  folgt aus (5,3)

$$(5,7) \quad 2 A_{20} - 1/R = \frac{f \operatorname{tg}^2 w_1 \sum (\Gamma + P)}{2 R B_P} = \frac{\operatorname{tg}^2 w_1 \sum (\Gamma' + P')}{2 f B_P^2}$$

$$(5,8) \quad 2 A_{02} - 1/R = \frac{f \operatorname{tg}^2 w_1 \sum (3\Gamma + P)}{2 R B_P} = \frac{\operatorname{tg}^2 w_1 \sum (3\Gamma' + P')}{2 f B_P^2}$$

$$(5,9) \quad A_{21} = - \frac{f \operatorname{tg} w_1 \sum B}{2 R B_P^2} = - \frac{\operatorname{tg} w_1 \sum B'}{2 f^2 B_P^3}$$

$$(5,10) \quad A_{03} = A_{21}$$

$$(5,11) \quad A_{04} = \frac{A_{22}}{2} = A_{40} = \frac{f \sum A}{8 R B_P^3} = \frac{\sum A'}{8 f^2 B_P^4}$$

Die Gleichungen (5,6) und (5,11) stimmen überein. Daraus folgt, daß die Änderung der Öffnungskoeffizienten für kleine Winkel zu vernachlässigen ist und die Kurven dieser Koeffizienten als Funktion des Neigungswinkels senkrecht in die Achse  $w_1 = 0$  einmünden müssen.

Aus Gleichung (5,9) und (5,10) ist abzulesen, daß sich die beiden Komakoeffizienten  $A_{21}$  und  $A_{03}$  innerhalb des SEIDEL'schen Gebietes nicht unterscheiden. Nach (5,9) sind die Asymmetriefehler als Funktion von  $w_1$  (bzw.  $\operatorname{tg} w_1$ ) Geraden durch den Nullpunkt, deren Neigung durch  $\sum B$  bestimmt wird.

Die aus (5,9) errechnete Gerade ist in Abb.14 (II, S 7) eingetragen. Es zeigt sich, daß sie recht gut mit den Kurven von  $A_{03}$  für die gerechneten Objektive übereinstimmt, während die Kurven von  $A_{21}$  eine von ihr abweichende Neigung aufweisen. Diese Abweichung kann aber auf die Unsicherheit in der Berechnung dieser Koeffizienten zurückzuführen sein.

In den Gleichungen (5,7) und (5,8) sind die aus anderen Ableitungen bekannten Beziehungen zwischen den SEIDELschen Koeffizienten und der Fehlerdarstellung nach von ROHR (SLEVOGT<sup>15</sup>) dargestellt, denn formt man etwas um, so ergibt sich

$$(5,12) \quad 2 A_{20} - 1/R = 1/f - 1/R = \frac{R - f}{R \cdot f}$$

$$= - \frac{f - R}{R^2} = - \frac{\Delta f}{R^2}$$

$$\text{d.h.} \quad \Delta f = - \frac{R \operatorname{tg}^2 w_1 \sum (\Gamma' + P')}{2 R_p} = \frac{-1}{2} f \operatorname{tg}^2 w_1 \sum (\Gamma' + P')$$

und entsprechend

$$(5,13) \quad \Delta t = - \frac{1}{2} f \operatorname{tg}^2 w_1 \sum (3\Gamma' + P')$$

Außerdem ist abzulesen, daß die Kurven der Koeffizienten  $A_{20}$  bzw.  $A_{02}$  als Funktion von  $\operatorname{tg} w_1$  Parabeln mit dem Scheitelpunkt  $1/2 R$  sind, deren Scheitelkrümmungen durch  $\sum (\Gamma + P)$  bzw.  $\sum (3\Gamma + P)$  bestimmt werden.

Die in den Gleichungen (5,4) bis (5,11) aufgestellten Beziehungen zwischen den SEIDELschen Summen und den Fehler-

koeffizienten  $A_{ik}$  der Wellenfläche sind also durch Vergleich mit bekannten Ergebnissen oder durch Rechnung bestätigt worden. Damit ist es möglich, aus der SEIDELschen Durchrechnung eines Systems die Fehlerkoeffizienten für  $w_1 = 0^\circ$  zu bestimmen und Angaben über das Einmünden der Fehlerkoeffizientenkurven in die Nullachse zu machen.

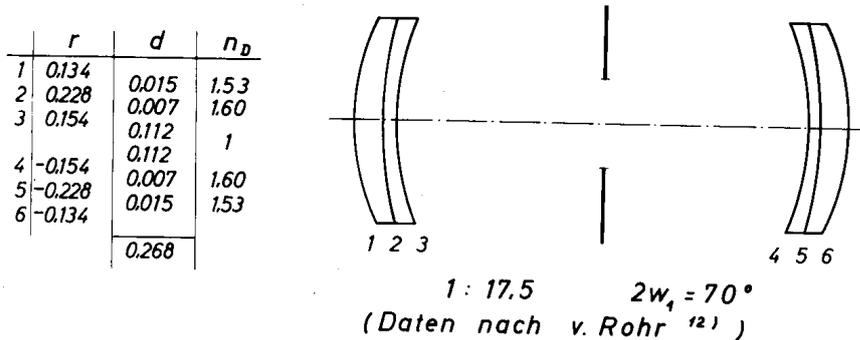
**II. Vergleich der Abbildungseigenschaften einiger Weitwinkelobjektive unter Berücksichtigung der Wellenaberrationen.**

**§ 6 Beschreibung der ausgewählten Objektive.**

Die Untersuchungen werden nicht durchgeführt, um die Abbildungseigenschaften moderner Weitwinkelobjektive miteinander zu vergleichen, sondern um Kenntnisse über die Wellenaberrationen verschiedener Weitwinkelobjektivtypen zu erlangen und die entwickelten Rechenmethoden zu erproben. Aus diesen Gründen sind für die Rechnung einfach aufgebaute historische Objektive ausgewählt und die bei diesen Systemen gewonnenen Aberrationskurven mit denen von zwei modernen Objektiven verglichen worden. Die ausgewählten Systeme sind:

**1) Die Globe Lens (1860 - HARRISON und SCHNITZLER)**

Die Globe Lens (Abb.6), die auf der 1859 von SUTTON entwickelten Panoramic Lens beruht, ist das erste bekannte Weitwinkelobjektiv. Wie der Name sagt, sind die Außenflächen Teile einer Kugel, in deren Mittelpunkt die Aperturblende liegt.



$s$	$\omega$	100Chr	100DM	A	B	$\Gamma$	P	$\Gamma+P$	$3\Gamma+P$	E	
$\infty$	1	5,365	-0,0878	1	94,10	-1,540	0,0252	2,5852	2,6104	2,6608	-0,0427
0,3718	0,9612	1,285	0,3556	2	-0,18	-0,049	-0,0134	0,1254	0,1120	0,0851	0,0310
0,3548	0,9426	-6,556	-0,3675	3	-31,35	-1,757	-0,0985	-24,351	-2,5336	-2,7306	-0,1420
1,4074	0,8132	-5,977	0,3169	4	-44,37	2,352	-0,1247	-2,4351	-2,5598	-2,8092	0,1357
-0,5093	0,8245	1,412	-0,3051	5	0,11	-0,024	0,0053	0,1254	0,1307	0,1412	-0,0282
-0,5547	0,8474	4,471	0,0757	6	91,87	1,555	0,0263	2,5852	2,6115	2,6641	0,0442
$f = 0,9858$	$\Sigma$	0	-0,0121		110,18	0,537	-0,1798	0,5509	0,3711	0,0115	-0,0021

**Abb.6 Globe Lens**

Dadurch wird erreicht, daß diese Flächen nur wenig zu den außeraxialen Fehlern beitragen. Die PETZVALKrümmung des Systems ist nicht korrigiert. Gegenüber ähnlichen Systemen mit korrigierter PERTZVALsumme wird dadurch aber eine Verminderung der sphärischen Aberration erreicht, so daß die Globe Lens mit der Öffnung 1 : 17,5 benutzt werden kann. Zur Kompensation der PETZVALKrümmung ist der Astigmatismus ebenfalls nicht beseitigt, sondern so groß gewählt worden, daß die tangentielle Bildfeldkrümmung annähernd null wird.

## 2) Das Pantoskop (1865 - E. BUSCH)

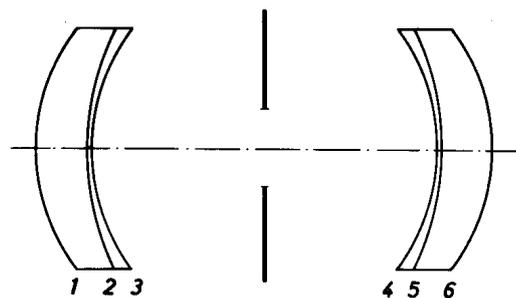
Das 5 Jahre später entwickelte Pantoskop (Abb.7) ist das erste Weitwinkelobjektiv mit korrigierter PETZVALKrümmung. Der Astigmatismus des Systems ist ebenfalls verringert, so daß die Abbildung außeraxialer Strahlenbündel gegenüber der Globe Lens bedeutend verbessert worden ist. Der größte Bildwinkel dieses Objektivs beträgt  $2 w_1 = 96^\circ$ . Das Pantoskop ist für die Rechnung gewählt worden, weil es auf der Globe Lens beruht (v.ROHR<sup>12)</sup>) und so den Vergleich zweier gleichartiger Systeme ermöglicht.

	r	d	$n_p$
1	0,0745	0,0174	1,5331
2	0,1039	0,0019	1,6079
3	0,0763	0,0620	1
4	-0,0763	0,0620	1
5	-0,1039	0,0019	1,6079
6	-0,0745	0,0174	1,5331
		0,1626	

Öffn.verh. 1:30.4

Bildwinkel  $2w_1 = 96^\circ$

(Daten nach v.Rohr<sup>12)</sup>)



s	$\omega$	100Chr	100DM		A	B	$\Gamma$	P	$\Gamma+P$	$3\Gamma+P$	E
$\infty$	1	10.506	-0.1811	1	548.53	-9.457	0.1630	4.6675	4.8306	5.1566	-0.0833
0.1969	0.9188	3.009	0.2727	2	-0.79	-0.071	-0.0065	0.2920	0.2856	0.2726	0.0259
0.1871	0.9096	-13.363	-0.2523	3	-267.47	-5.427	-0.1025	-4.9551	-5.0575	-5.2625	-0.0955
1.4708	0.8388	-12.556	0.2328	4	-329.21	6.104	-0.1132	-4.9551	-5.0682	-5.2945	0.0940
-0.2225	0.8461	3.021	-0.2511	5	0.94	-0.078	0.0065	0.2920	0.2985	0.3115	-0.0248
-0.2531	0.9085	9.381	0.1646	6	527.93	9.265	0.1626	4.6675	4.8301	5.1553	0.0848
f=1.0027	$\Sigma$	0	-0.0144		460.33	0.335	0.1100	0.0090	0.1190	0.3391	0.0010

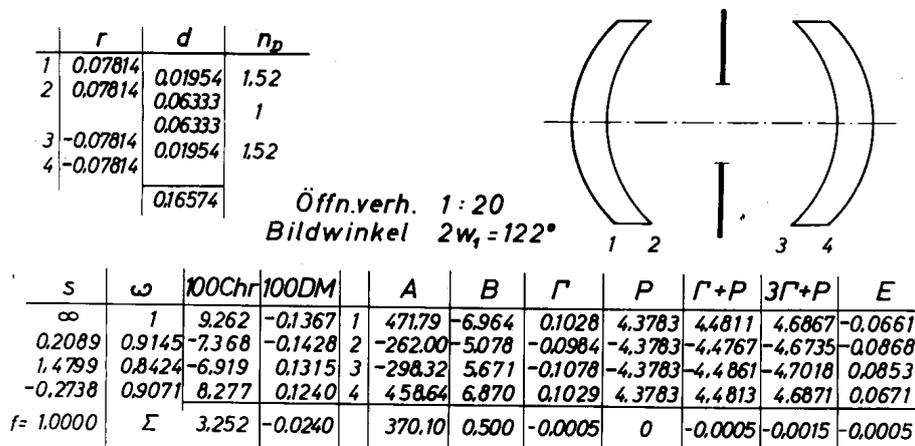
**Abb.7** Pantoskop

Es läßt sich nachweisen, daß die Radien der Globe Lens verringert werden müssen, wenn bei einer Verminderung der PETZVALsumme gleichzeitig ein Minimum der sphärischen Aberration erreicht werden soll. Dieses Minimum ist in der Kurve der sphärischen Aberration in Abhängigkeit von  $r_3$  bei konstanter Summe  $P$  scharf ausgeprägt (die anderen Radien sind dann durch die Maßstabgleichung und die PETZVALsumme bestimmt).

Durch eine Veränderung der Linsendicke könnten die Fehler weiter beeinflußt werden. Dabei zeigt sich, daß eine Verminderung von  $d_1$  oder  $d_2$  zwar eine Verringerung der sphärischen Aberration zur Folge hätte, andererseits aber die chromatische Korrektur des Systems nicht mehr möglich wäre. Die Außenglieder könnten bei einem Bildwinkel  $w_1 = 48^\circ$  nur dann dünner gewählt werden (Vermeidung negativer Randdicken), wenn gleichzeitig der Abstand zwischen den beiden symmetrischen Linsenpaaren geändert würde, womit aber eine Korrektur des Astigmatismus nicht mehr möglich wäre. E. BUSCH hat mit den gewählten Linsendicken ein Optimum in der Korrektur aller Fehler erreicht.

### 3) Das Hypergon (1900 - v. HOEGH)

Beim Hypergon ist besonderer Wert auf die außeraxiale Korrektur gelegt worden, es besitzt einen Bildwinkel  $2 w_1 = 122^\circ$ . Die sphärische Aberration liegt in der gleichen Größenordnung wie beim Pantoskop, das Öffnungsverhältnis kann somit ebenfalls nur klein sein. Der Verzicht auf chromatische Korrektur ist deshalb ohne merkbare Bildverschlechterung möglich. Bei dem hier gerechneten Beispiel ist das Verhältnis von Linsendicke zu Radius so groß gewählt worden, daß bei astigmatismusfreier Blendenlage des halben Systems Verzeichnung und Astigmatismus auch für das ganze System annähernd behoben sind.



**Abb. 8 Hypergon**

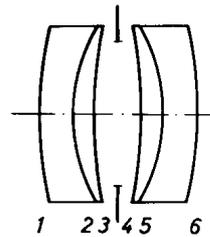
Das Hypergon ist wegen seiner sehr guten außeraxialen Korrek-  
tion das einzige der einfach aufgebauten Weitwinkelobjektive  
mit kleinem Öffnungsverhältnis, welches noch heute gefertigt  
wird.

4) Ein Weitwinkelaplanat (1870 - A. STEINHEIL)

Der Typ der Weitwinkelaplanate hat sich in der Praxis nicht  
bewährt. Die sphärischen und chromatischen Fehler dieser  
Objektive sind zwar korrigiert, eine Beseitigung der außer-  
axialen Fehler ist dagegen nicht möglich. Als Rechenbeispiel  
wurde der Weitwinkelaplanat von STEINHEIL (Abb.9) gewählt,  
bei welchem der Astigmatismus auf Kosten der sphärischen  
Aberration gegenüber normalen Objektiven dieses Typs etwas  
verringert worden ist. Die Bildfeldkrümmung kann nicht behoben  
werden, es wird aber für große Winkel Ebnung im übertragenen  
Sinne erreicht.

	r	d	n <sub>D</sub>
1	0.145	0.012	1.61317
2	0.065	0.0083	1.57762
3	0.173	0.0083	1
4	-0.173	0.0083	1.57762
5	-0.065	0.012	1.61317
6	-0.145	0.0572	

Öffnungsverhältnis 1:17.7  
Bildwinkel  $2w_1 = 94^\circ$   
(Daten nach v. Rohr <sup>12)</sup>)



s	$\omega$	100Chr	100DM	A	B	$\Gamma$	P	$\Gamma+P$	$3\Gamma+P$	E	
$\infty$	1	9.136	1.1177	1	77.29	94.55	1.1568	2.6214	3.7782	6.0917	0.4622
0.3695	0.9685	-3.704	-0.1376	2	-52.74	-1.431	-0.0532	-0.2149	-0.2681	-0.3744	-0.0100
0.4048	0.9491	-5.323	-1.0824	3	-22.28	-4.532	-0.9215	-2.1164	-3.0378	-4.8808	-0.6177
1.7735	0.9403	-6.347	1.0723	4	-52.82	8.923	-1.5075	-2.1164	-3.6238	-6.6388	0.6122
-0.5768	0.9540	-3.785	0.1356	5	-62.34	2.233	-0.0800	-0.2149	-0.2949	-0.4549	0.0106
-0.5035	0.9773	10.023	-1.0924	6	12.9.15	-14.076	1.5342	2.6214	4.1556	7.2239	-0.4529
f=0.9982	$\Sigma$	0	0.0133		16.27	0.573	0.1289	0.5802	0.7091	0.9668	0.0044

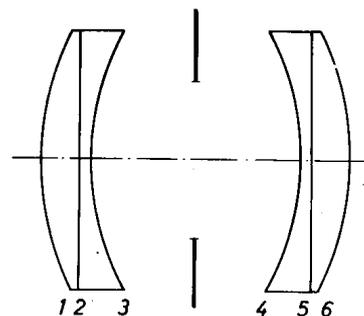
**Abb. 9 Weitwinkelplanat**

Der Bildwinkel des Objektivs wird mit  $2w_1 = 94^\circ$  angegeben. Obwohl der Öffnungsfehler weit geringer als bei den vorher besprochenen Objektiven ist, beträgt das Öffnungsverhältnis nur 1 : 17,7.

**5) Die Concentric Lens (1887 - H. SCHROEDER)**

	r	d	n <sub>D</sub>
1	0.111	0.014	1.60
2	$\infty$	0.004	1.53
3	0.102	0.0384	1
4	-0.102	0.0384	1.53
5	$\infty$	0.004	1.60
6	-0.111	0.014	1.60
		0.1128	

Öffn.verh. 1 : 15.9  
Bildwinkel  $2w_1 = 62^\circ$   
(Daten nach v. Rohr <sup>12)</sup>)



s	$\omega$	100Chr	100DM	A	B	$\Gamma$	P	$\Gamma+P$	$3\Gamma+P$	E	
$\infty$	1	75.45	0.4101	1	171.37	9.314	0.5062	3.3784	3.8846	4.8970	0.2111
0.2820	0.9527	-0.246	0.0595	2	5.50	-1.330	0.3213	0	0.3213	0.9639	-0.0777
0.2657	0.9385	-7.207	-0.5643	3	-125.71	-9.843	-0.7707	-3.3962	-4.1669	-5.7083	-0.3263
1.6989	0.8980	-7.419	0.5398	4	-179.56	13.065	-0.9506	-3.3962	-4.3468	-6.2480	0.3163
-0.3361	0.9088	-0.180	-0.0567	5	2.35	0.743	0.2346	0	0.2346	0.7038	0.0741
-0.3655	0.9450	7.506	-0.3874	6	219.90	-11.349	0.5857	3.3784	3.9641	5.1355	-0.2046
f=1.0301	$\Sigma$	0	-0.0010		93.85	0.601	-0.0735	-0.0356	-0.1091	-0.2561	-0.0070

**Abb. 10 Concentric Lens**

Bei anastigmatischen Objektiven sind Astigmatismus und Bildfeldkrümmung korrigiert. Für die Beseitigung der Bildfeldkrümmung gibt es drei Möglichkeiten:

- a) Geeignete Verteilung der gesamten Brechkraft auf die sammelnden und zerstreuen Linsen (Pantoskop).
- b) v. HOEGH'scher Meniskus (Hypergon).
- c) Geeignete Glaswahl (Neuachromat).

Bei einem Neuachromaten besitzt das Glas mit dem höheren Brechungsindex auch den höheren  $\nu$ -Wert, wodurch schon beim dickenlosen System chromatische Aberration und PETZVALsumme korrigiert werden können, wenn  $n_1/\nu_1 = n_2/\nu_2$  gewählt wird.

Das erste Weitwinkelobjektiv mit solchen Gläsern ist die von SCHROEDER errechnete Concentric Lens (Abb. 10). Die sphärische Aberration dieses Systems ist gegenüber den Achromaten bedeutend verringert worden. Astigmatismus und Bildfeldwölbung sind klein. SCHROEDER hat jedoch, wahrscheinlich wegen der erwünschten planen Kittflächen, einen geringen negativen Betrag der PETZVALsumme zugelassen, wodurch die Überkorrektion der astigmatischen Bildschalen noch erhöht wird. Von ROHR gibt den Bildwinkel des Systems mit  $2 w_1 = 62^\circ$  an.

#### 6) Ein errechneter Neuachromat.

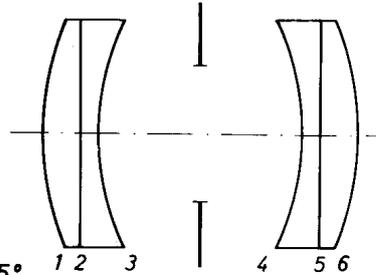
Da sich in der Literatur kein weiterer einfach aufgebauter Neuachromat als Vergleichsobjektiv zur Concentric Lens findet und außerdem einmal untersucht werden sollte, wie durch systematische Änderung aller Bauelemente die Umkorrektion eines bekannten Objektivs möglich ist, wurde der in Abb. 11 dargestellte Neuachromat errechnet. Besonders interessierte die Frage, wie weit eine Verringerung der sphärischen Aberration bei anastigmatischer Korrektion zu erreichen sein würde.

Die Rechnung ergibt, daß der Öffnungsfehler durch Erhöhung der Brechzahldifferenz und der Linsendicken vermindert werden kann, denn durch beide Änderungen wird eine Vergrößerung der Radien erreicht, bei denen astigmatische Korrektur noch möglich ist. Beiden Schritten sind jedoch Grenzen gesetzt. Die maximale Brechzahldifferenz ist durch die vorhandenen Gläser und die Forderung nach chromatischer Korrektur begrenzt.

Die  $\sum A$  als Funktion der Glasdicke bei größtmöglichen Radien ist eine e-Funktion, Werte des Öffnungsfehlers  $\sum A < 30$  sind nur durch sehr große Linsendicken zu erreichen.

	r	d	n <sub>d</sub>	v
1	0,17095	0,0200	1,6910	54,8
2	0,95310	0,0100	1,5487	45,4
3	0,15184	0,0550	1	
4	-0,15184	0,0550		
5	-0,95310	0,0100	1,5487	45,4
6	-0,17095	0,0200	1,6910	54,8
		0,1700		

Öfn.verh. 1:12  
Bildwinkel  $2\omega = 75^\circ$



s	$\omega$	100Chr	100DM	A	B	$\Gamma$	P	$\Gamma+P$	$3\Gamma+P$	E	
$\infty$	1	5,421	0,4610	1	48,37	4,114	0,3499	2,3904	27403	3,4400	0,2331
0,3983	0,9522	-0,142	0,0736	2	1,12	-0,582	0,3026	-0,0570	0,2456	0,8507	-0,1277
0,3681	0,9270	-5,097	-0,6526	3	-30,78	-3,941	-0,5045	-2,3334	-2,8379	-3,8470	-0,3633
1,5753	0,8665	-5,366	0,6100	4	-55,16	6,270	-0,7128	-2,3334	-3,0461	-4,4716	0,3463
-0,5299	0,8832	-0,064	-0,0683	5	0,15	0,158	0,1683	-0,0570	0,1113	0,4479	0,1188
-0,5705	0,9153	5,378	-0,4220	6	71,21	-5,588	0,4385	2,3904	2,8289	3,7058	-0,2220
f=1,0136	$\Sigma$	0,129	0,0018		34,91	0,431	0,0420	0	0,0420	0,1259	0,0149

**Abb. 11** Neuachromat

Bei der Rechnung ergibt sich weiter, daß Verzeichnung und Astigmatismus des ganzen Systems bei größtmöglichen Radien unabhängig von Linsendicken und Brechzahldifferenz bei einem Abstand der beiden symmetrischen Hälften von  $d_3 \approx 0,04$  (für  $f = 1$ ) behoben sind. Der Zonenfehler des Astigmatismus ist aber groß. Zur Erreichung einer besseren Lage der astigmatischen Bildschalen muß der Abstand zwischen den beiden Teilsystemen vergrößert werden, wodurch wiederum die Verzeichnung

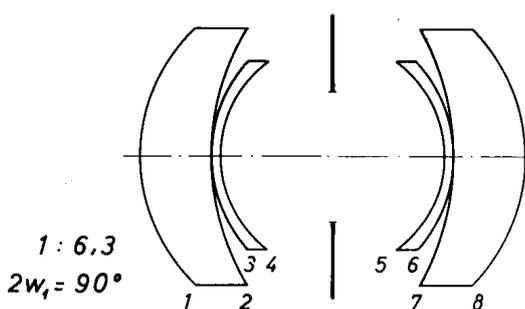
anwächst, so daß also bei der Wahl der Baulänge ein Kompromiß zwischen den Fehlern geschlossen werden muß.

Die beschriebenen Rechnungen sind mit korrigierter PETZVALsumme durchgeführt worden. Läßt man eine positive PETZVALsumme zu, so ändert sich nichts an der Aussage über die sphärische Aberration und den Systemabstand für die Korrektur der Verzeichnung. Die günstigste Lage der astigmatischen Bildschalen wird aber für eine kleinere Baulänge errechnet, so daß eine bessere Fehlerverteilung erreicht wird.

Genauere Untersuchungen über den günstigsten Betrag der PETZVALsumme sind nicht durchgeführt worden, denn es war nicht beabsichtigt, einen optimal auskorrigierten symmetrischen Neuschromaten neu zu errechnen (der doch nicht die Abbildungseigenschaften moderner Weitwinkelobjektive erreichen könnte), sondern es sollten die Grenzen bei der Korrektur eines so einfach aufgebauten Systems angegeben und der Concentric Lens ein Vergleichsobjektiv gegenübergestellt werden.

7) Das Topogon (1933 - RICHTER)

	r	d	n <sub>p</sub>	v
1	0,6684	0,06460	1,6185	60,5
2	0,23382	0,00026	1	
3	0,13276	0,00661	1,7261	29,0
4	0,10951	0,10159	1	
		0,10159		
5	-0,10951	0,00661	1,7261	29,0
6	-0,13276	0,00026	1	
7	-0,25033	0,06698	1,6185	60,5
8	-0,17081			
		0,34850		



(Daten nach D.R.P. Nr.636167 Carl Zeiß, Jena, 1933)

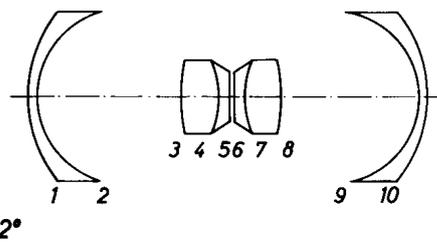
s	ω	100Chr	100DM	A	B	Γ	P	Γ+P	3Γ+P	E
∞	1	4,751	-0,2188	1	50,84	-2,341	0,1078	2,2905	2,3983	-0,1104
0,3720	0,8520	-14,80	-0,5470	2	0,16	0,058	0,0213	-1,6343	-1,6130	-1,5704
0,5860	0,8517	8,333	0,5913	3	12,53	0,889	0,0631	3,1686	3,2317	3,3579
0,2339	0,8283	-11,342	-0,1544	4	-57,17	-0,778	-0,0106	-3,8413	-3,8519	-3,8731
1,1338	0,7024	-9,743	0,1309	5	-68,62	0,922	-0,0124	-3,8413	-3,8537	-3,8785
-0,3069	0,7179	7,497	-0,4985	6	25,04	-1,665	0,1107	3,1686	3,2793	3,5006
-6,4353	0,7179	-15,69	0,4836	7	-3,32	1,023	-0,3153	-1,5266	-1,8419	-2,4725
-0,6833	0,7959	3,569	0,1690	8	4,371	2,070	0,0980	2,2372	2,3353	2,5313
f=1,0033	Σ	0,017	-0,0437		3,17	0,178	0,0627	0,0214	0,0841	0,2094

Abb. 12 Topogon

Das Topogon ist das erste Weitwinkelobjektiv, welches bei einem Bildwinkel von  $2 w_1 = 90^\circ$  ein Öffnungsverhältnis 1 : 6,3 besitzt. Die hervorragende sphärische Korrektion des Objektivs wird durch Aufspalten der Kittflächen erreicht. Teilt man die Anastigmaten nur in die oben (Absatz 5) aufgeführten drei Gruppen ein, so ist das Topogon zu den unter a) genannten Systemen zu rechnen. Für die Durchrechnung ist das in der Patentschrift<sup>16)</sup> unter Nr. 2 aufgeführte Objektiv (Abb.12) ausgewählt worden.

8) Das Russar (1946 - ROUSSINOV)

	r	d	n <sub>d</sub>	v
1	0.50839	0.03090	1.6359	43.3
2	0.32613	0.51428	1	
3	0.68367	0.13224	1.6126	58.6
4	-0.35272	0.04413	1.5480	45.9
5	1.89611	0.00709	1	
6	-1.86193	0.04354	1.5480	45.9
7	0.34640	0.12994	1.6126	58.6
8	-0.67124	0.50221	1	
9	-0.32010	0.03033	1.6242	35.9
10	-0.49660			
	143466			



Daten n. Patent Nr. 935617 (Frankr.) (Roussinov 1946)

s	ω	100Chr	100DM		A	B	Γ	P	Γ+P	3Γ+P	E
∞	1	2.164	0.0392	1	1.81	0.033	0.0006	0.7646	0.7652	0.7664	0.0139
1.2770	0.9764	-3.918	0.7447	2	-14.55	2.765	-0.5256	-1.1919	-1.7175	-2.7687	0.3265
-2.0096	1.3122	2.717	0.6160	3	7.41	1.681	0.3812	0.5557	0.9369	1.6993	0.2124
3.9151	1.2693	-1.395	0.2021	4	5.80	-0.840	0.1216	0.0733	0.1949	0.4381	-0.0282
2.5574	1.2478	-0.322	-0.9779	5	0.01	0.021	0.0636	-0.1867	-0.1231	0.0041	-0.3743
3.1545	1.2450	-1.296	0.9757	6	-0.54	0.406	-0.3057	-0.1901	-0.4958	-1.1071	0.3734
68.1927	1.2442	-1.196	-0.1982	7	3.36	0.557	0.0924	0.0747	0.1670	0.3517	0.0277
7.5788	1.2232	3.150	-0.5738	8	15.98	-2.911	0.5308	0.5659	1.0962	2.1568	-0.1997
0.3864	0.5319	-2.255	-0.5108	9	-6.13	-1.388	-0.3143	-1.2006	-1.5148	-2.1433	-0.3431
2.5142	0.5255	1.510	-0.0187	10	1.94	-0.024	0.0003	0.7739	0.7742	0.7748	-0.0096
f=1.0000	Σ	-0.841	0.2984		15.10	0.301	0.0444	0.0388	0.0832	0.1720	-0.0010

Abb. 13 Russar

Neben dem Topogon ist das Russar ein typisches Beispiel der modernen Weitwinkelobjektive. Dieses Objektiv, das zur Gruppe der Neuachromate zu rechnen ist, hat als wesentliches Merkmal die außenliegenden Negativlinsen geringer Brechkraft, welche die natürliche Vignettierung des Systems herabsetzen,

wie in § 7 noch ausführlich gezeigt wird.

Als Rechenbeispiel ist das in dem französischen Patent ROUSSINOVs<sup>17)</sup> als Russar 22 (Abb.13) bezeichnete Objektiv ausgewählt worden. Aus den Konstruktionsdaten und den Fehler-  
summen ist zu ersehen, daß der Grundaufbau dieses Systems den für einen optimal auskorrigierten Neuschromaten aufgestellten Bedingungen entspricht.

## § 7 Abbildungseigenschaften der untersuchten Objektive.

### 1) Die monochromatischen Fehler.

In Abb. 14 a-h sind die monochromatischen Fehler der gerechneten Objektive dargestellt. Aufgezeichnet sind sphärische Aberration, Astigmatismus, Verzeichnung und die Wellenflächenkoeffizienten in der AP, die durch Koma und sphärische Aberration bedingt sind. Die Koeffizienten  $A_{20}$  und  $A_{02}$  sind nicht aufgetragen, weil der Astigmatismus der Systeme durch die Darstellung nach v. ROHR besser gekennzeichnet wird.

Betrachtet man nur die drei üblichen Aberrationskurven, so sind zwar Aussagen über die Abbildungseigenschaften der einzelnen Objektive möglich, Vergleiche können jedoch nicht gezogen werden; denn aus den Kurven ist z.B. nicht abzulesen, daß das Pantoskop dem Weitwinkelaplanaten bei der Abbildung schiefer Bündel auch dann überlegen ist, wenn der Bildwinkel beider Objektive auf  $2 w_1 = 80^\circ$  beschränkt wird. Ein Zusammenhang zwischen einzelnen Systemen ist ebenfalls nicht zu erkennen.

Nimmt man zur Beurteilung der Objektive die Kurven der Wellenflächenkoeffizienten hinzu, so können weitergehende Aussagen über die Abbildungsgüte gemacht werden. Auffallend ist dabei vor allem der grundsätzliche Unterschied zwischen Anastigmaten und Aplanaten. Während bei allen Anastigmaten die sphärischen Fehler mit der Neigung abnehmen und die Komafehler nach Erreichen eines Maximalwertes ebenfalls kleiner werden, wachsen bei den Aplanaten beide Fehler stark an. Hinzu kommt die große astigmatische Bildfeldkrümmung dieser Systeme. Sie haben sich deshalb in der Praxis auch nicht bewährt (§ 6, 4).

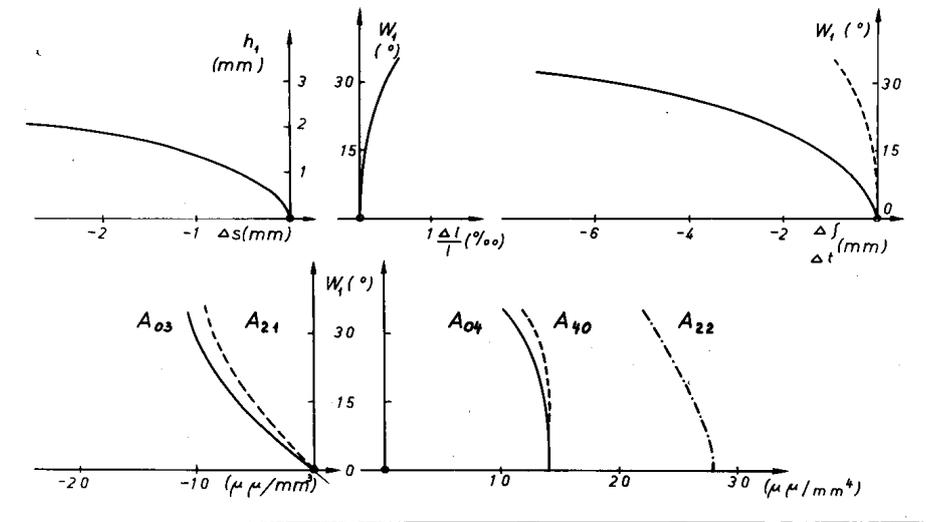
Vergleicht man die Wellenflächenkoeffizienten der anastigmatischen Objektive, wozu auch die Globe Lens in weiterem Sinne

**Abb. 14 Die Fehlerkurven der beschriebenen Objektivs.**

(Bei den Wellenflächenkoeffizienten ist die Dimension verschrieben, es muß dort statt  $\mu\mu/\text{mm}^3$  bzw.  $\mu\mu/\text{mm}^4$   $\text{m}\mu/\text{mm}^3$  und  $\text{m}\mu/\text{mm}^4$  heißen).

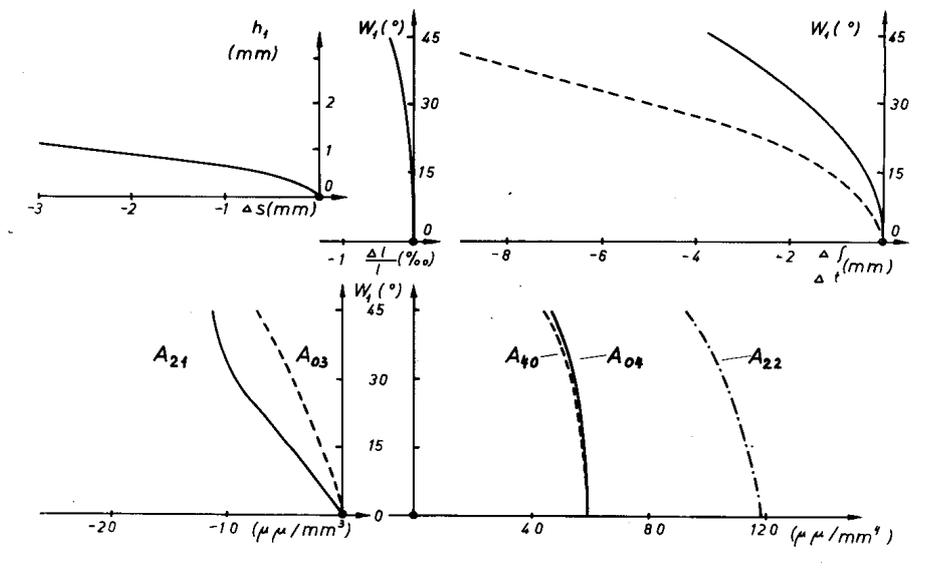
a)

Globe Lens



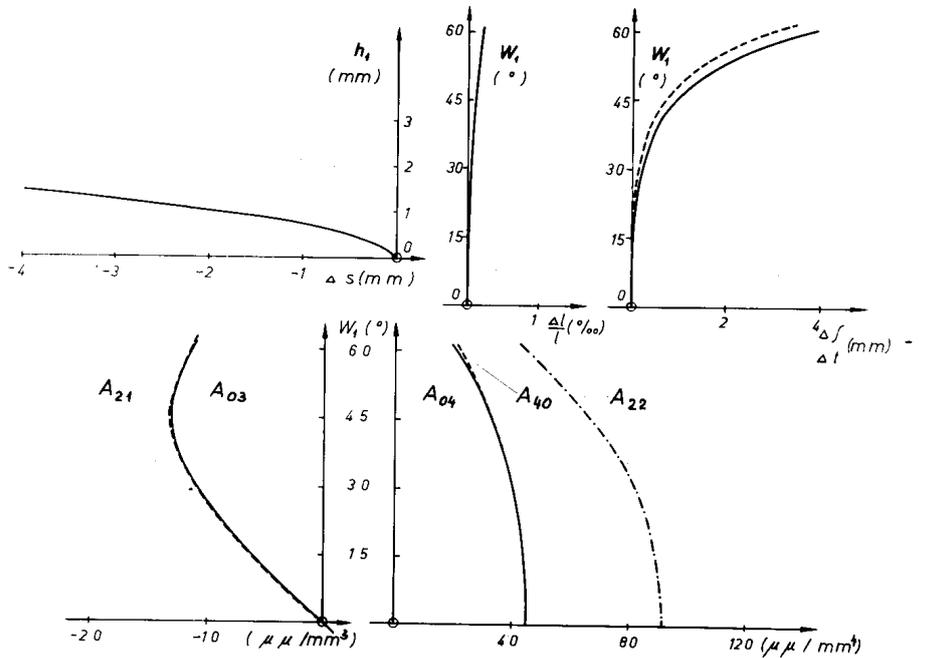
b)

Pantoskop



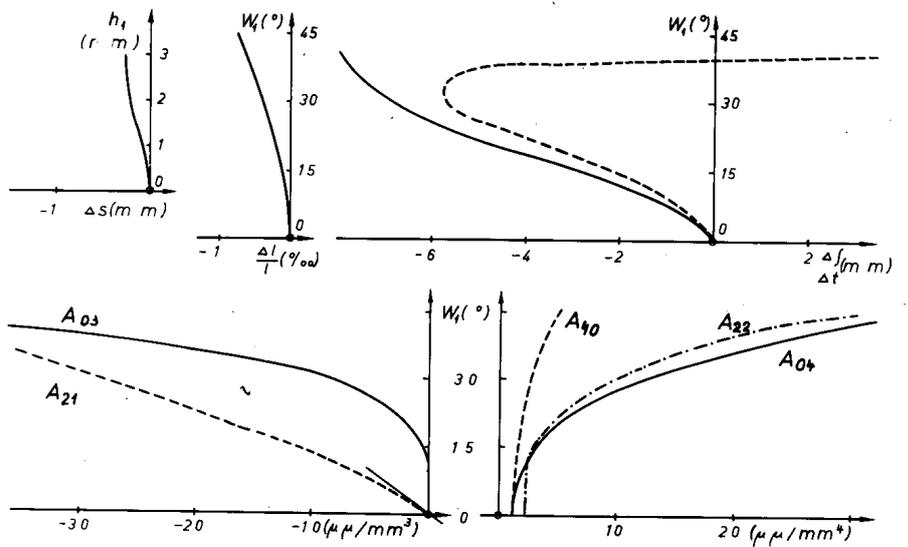
c)

Hypergon



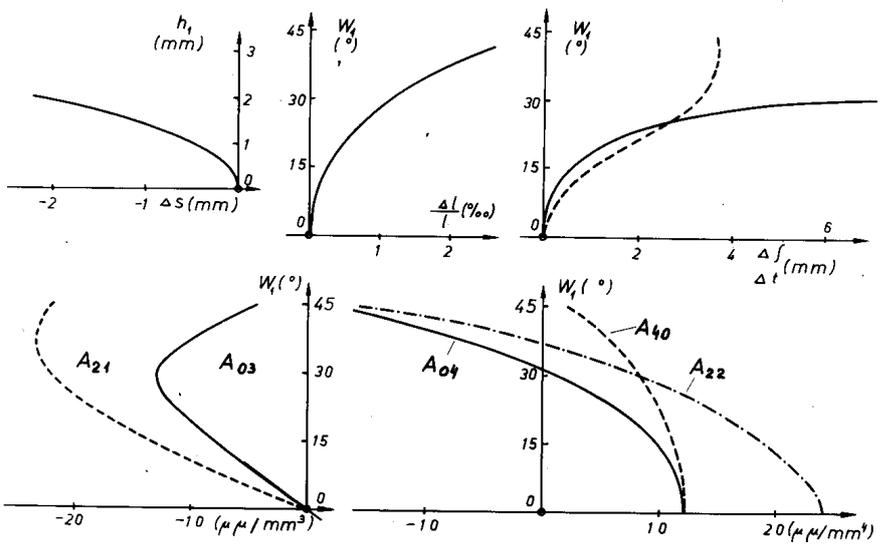
a)

Weitwinkelplanat



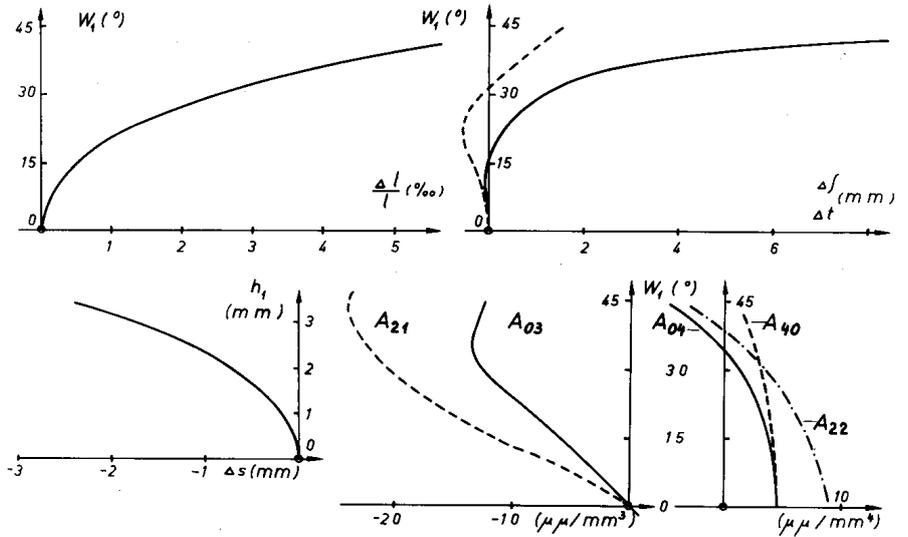
e)

Concentric Lens



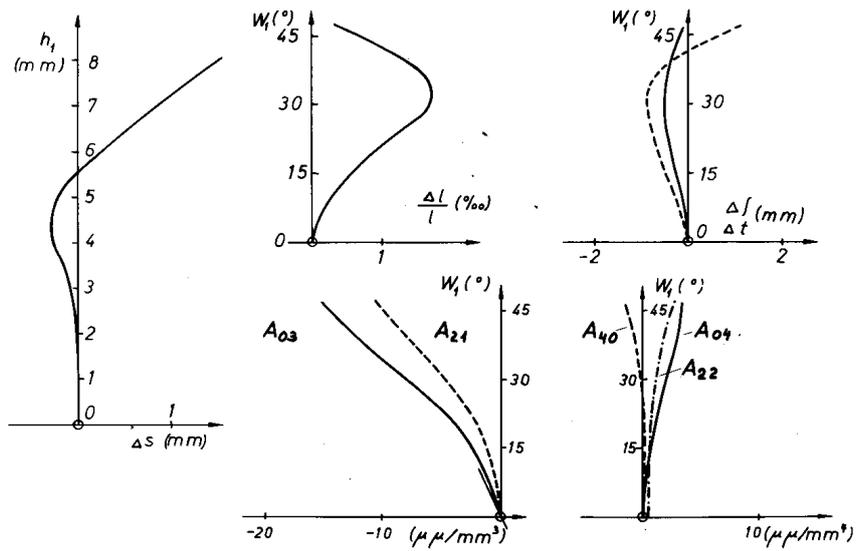
f)

Neuschromat



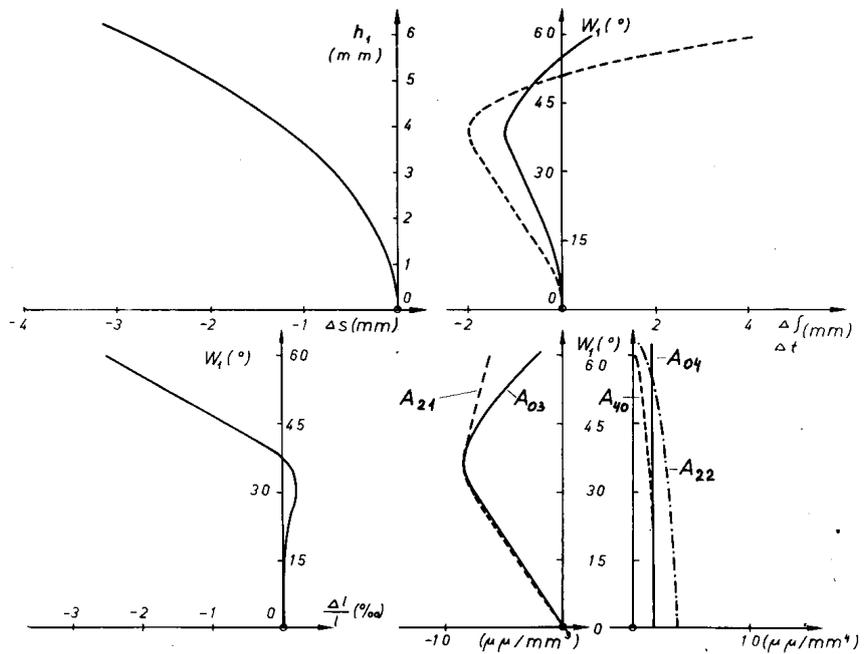
g)

Topogon



h)

Russar



zu rechnen ist, so sieht man, daß gleiche Weitwinkelobjektivtypen auch gleichartige Fehlerkurven besitzen. Bestimmte Gesetzmäßigkeiten gelten sogar für alle Anastigmaten, so z.B., daß der Koeffizient der gemischten sphärischen Aberration  $A_{22}$  annähernd durch die Summe von tangentialem und sagittalem Öffnungsfehler bestimmt ist. Diese beiden Koeffizienten sind für die symmetrischen Anastigmaten des Typs a) und b) (§ 6, 5) bis zu großen Winkeln annähernd gleich, während bei den symmetrischen Neuachromaten eine weit stärkere Abnahme des tangentialen als des sagittalen Koeffizienten vorhanden ist.

Die Komakoeffizienten der gerechneten Objektivsysteme sind ebenso wie im SWIDELschen Gebiet auch bei endlicher Hauptstrahlneigung von gleicher Größenordnung. Alle Kurven  $A_{ik}$  ( $i + k = 3$ ) als Funktion von  $w_1$  haben zwischen  $w_1 = 30^\circ$  und  $w_1 = 40^\circ$  ein Maximum. Bei den Neuachromaten ist die Abnahme der Koeffizienten dann stärker als bei den anderen Systemen. Die Differenz zwischen den beiden Komakoeffizienten wächst mit der Neigung, wobei  $A_{21}$  bei den Neuachromaten größer und bei den anderen Typen kleiner als  $A_{03}$  ist. Die bei manchen Objektiven schon im Bereich kleiner Winkel auftretenden Abweichungen zwischen  $A_{21}$  und  $A_{03}$  sind eine Folge der nur näherungsweise Bestimmung der Koeffizienten.

Neben der Erkenntnis, daß die Wellenflächen gleichartiger Systeme ähnlich sind, gewinnt man aus den Kurven der Koeffizienten sofort einen Überblick über die Anteile der einzelnen Fehler an der Gesamtaberration. Außerdem ist es aber auch möglich, durch Einsetzen der errechneten Werte in Gleichung (4,3) genaue Angaben über Form und Größe der Zerstreuungsfigur zu erhalten. Die Dichte der Durchstoßpunkte in einer Bildebene ist ein Maß für die Beleuchtungsstärke (HERZBERGER<sup>18</sup>). Ebenso kann die Definitionshelligkeit in einer Einstellebene bestimmt werden, wie in § 8 gezeigt wird. Innerhalb des Gebietes 3. Ordnung sind also mit Hilfe der Wellenflächenkoeffizien-

ten weitgehendere Aussagen über die Abbildungsgüte und somit Vergleiche zwischen einzelnen Objektiven möglich.

2) Die chromatischen Fehler.

Tab.6 Farbabhängigkeit der SEIDELschen Koeffizienten.

	A	B	$\Gamma$	P	E	100Chr	100 DM
<u>Globe Lens</u>							
$\Delta(n_g^{n_D} - n_D)$	100,18 0,89	0,537 -0,018	-0,1798 -0,0047	0,5509 -0,0039	-0,0021 -0,0005	0	-0,0121
<u>Pantoskop</u>							
$\Delta(n_g^{n_D} - n_D)$	460,33 5,62	0,335 -0,002	0,1100 0,0029	0,0090 -0,0169	0,0010 0,0001	0	-0,0144
<u>Hypergon</u>							
$\Delta(n_g^{n_D} - n_D)$	370,10 8,14	0,500 0,025	-0,0005 0,0067	0 0	-0,0005 0,0001	3,252	-0,0240
<u>Weitwinkelaplanat</u>							
$\Delta(n_g^{n_D} - n_D)$	16,27 -7,28	0,573 -0,520	0,1289 -0,0188	0,5802 -0,0013	0,0044 -0,0004	0	0,0133
<u>Concentric Lens</u>							
$\Delta(n_g^{n_D} - n_D)$	93,85 1,55	0,601 0,013	-0,0735 -0,0022	-0,0356 -0,0188	-0,0070 0,0000	0	0,0010
<u>Neuachromat</u>							
$\Delta(n_g^{n_d} - n_d)$	34,91 0,40	0,431 0,007	0,0420 0,0013	0 -0,0186	-0,0149 -0,0001	0,129	0,0018
<u>Topogen</u>							
$\Delta(n_g^{n_D} - n_D)$	3,17 -0,20	0,178 -0,028	0,0627 0,0278	0,0214 -0,0185	-0,0176 -0,0007	0,018	-0,0437
<u>Russar</u>							
$\Delta(n_g^{n_d} - n_d)$	15,09 0,42	0,301 -0,008	0,0446 0,0005	0,0388 -0,0163	-0,0010 -0,0023	-0,841	0,2983

In Tab.6 sind die SEIDELschen Summen der gerechneten Objektiv für Farbe d (bzw. D) und die Abweichungen von diesen Summen bei der Farbe g zusammengestellt. Chromatische Längsaberration und Farbvergrößerungsfehler sind ebenfalls auf diese Farbdifferenz bezogen ( $\Delta n/n = (n_g - n_d)/n_d$ ).

Bei den älteren Objektiven ist  $n_g - n_d$  für ein Glas aus einem Glaskatalog entnommen und für das zweite Glas dann so bestimmt worden, daß  $\sum \text{Chr} = 0$  ist. Die errechneten Brechzahldifferenzen für das zweite Glas stehen bei keinem der Systeme in Widerspruch zu den Glaskatalogen, so daß die Annahme  $\sum \text{Chr} = 0$  berechtigt erscheint.

Aus den errechneten Differenzen ist zu ersehen, daß sich der Weitwinkelaplanat auch in der chromatischen Korrektur von den übrigen Objektiven unterscheidet. Insbesondere die Koma aber auch sphärische Aberration und Astigmatismus weisen eine größere und die PETZVALsumme eine kleinere Farbabhängigkeit auf, als dies bei den anderen Systemen der Fall ist. Vergleicht man die Anastigmaten, so ist kein Zusammenhang zwischen den einzelnen Typen feststellbar. Die Änderungen der SEIDELschen Summen sind bei allen gerechneten Objektiven bis auf einige Ausnahmen von gleicher Größenordnung. Man liest ab, daß beim Russar weder die chromatische Längsaberration noch der Farbvergrößerungsfehler korrigiert worden sind. Die chromatische Änderung der Verzeichnung ist bei diesem Objektiv ebenfalls größer als bei den übrigen. Beim Topogon dagegen wird eine besonders große Farbabhängigkeit des Astigmatismus errechnet, ein Fehler, welcher aus der Praxis bekannt ist, und der bei modernen Objektiven dieses Typs durch ein Korrektionsystem in der Nähe der Blende beseitigt worden ist<sup>19)</sup>.

Vergleicht man die aus den SEIDELschen Summen errechneten

mit den durch trigonometrische Rechnung ermittelten Abweichungen, so ergibt sich auch weit außerhalb des SEIDELschen Gebietes eine größenordnungsmäßige Übereinstimmung zwischen Rechnung und Näherung, wie aus Tab.7 zu ersehen ist (Die Formeln von SLEVOGT<sup>15)</sup> sind hier sinngemäß nur auf die Abweichungen der Aberrationen angewendet worden). Die Differenzbeträge der SEIDELschen Summen zwischen zwei Wellenlängen dürfen also als Maß für die Aberrationsänderungen gewertet werden.

**Tab.7** Gegenüberstellung der durch Rechnung und Näherung bestimmten Aberrationsänderungen für Farbe g.

	<u>Russar</u>		<u>Topogon</u>	
	$w_1=0^\circ$	$w_1=57,0^\circ$	$w_1=0^\circ$	$w_1=45,6^\circ$
$\delta s_{ger.}$ (mm)	0,831		-0,052	
$\delta s_{SEID.}$ (mm)	0,841		-0,018	
$\delta \Delta_{1/l_{ger.}}$ (°/∞)		-1,81		0,10
$\delta \Delta_{1/l_{SEID.}}$ (°/∞)		-2,65		0,34
$\delta \Delta_{ger.}$ (mm)		0,95		-0,67
$\delta \Delta_{SEID.}$ (mm)		1,85		-0,47
$\delta \Delta^t_{ger.}$ (mm)		1,20		-2,50
$\delta \Delta^t_{SEID.}$ (mm)		1,70		-3,25

In Tab.8 sind schließlich die Wellenflächenkoeffizienten für  $n_d(D)$  und  $n_g$  der beiden in Tab.7 betrachteten Beispiele gegenübergestellt. Es zeigt sich, daß die Farbabhängigkeit dieser Koeffizienten nicht größer als die Abweichung zwischen den einzelnen Näherungen bei einer Farbe ist.

Tab. 8 Farbabhängigkeit der Wellenflächenkoeffizienten.

		$A_{03}$ ( $\text{m}\mu/\text{mm}^3$ )	$A_{21}$	$A_{04}$	$A_{22}$ ( $\text{m}\mu/\text{mm}^4$ )	$A_{40}$
<u>Topogon</u>	$w_1 = 45,6^\circ$					
$n_D$	NI	-14,7	-10,0	3,5	2,8	-1,3
$n_g$	NI	-14,8	- 9,8	3,9	3,2	-1,2
<u>Russar</u>	$w_1 = 57,0^\circ$					
$n_d$	NI	- 3,4	- 5,0	1,9	1,4	0,5
$n_g$	NI	- 5,3	- 6,3	1,9	1,5	0,5

3) Natürliche Vignettierung.

Neben den Abbildungsfehlern spielt bei der Beurteilung der Weitwinkelobjektive auch die durch das System bedingte Änderung der Beleuchtungsstärke in der Bildebene eine Rolle. Es ist

$$(7,1) \quad W = E_0 \cdot \frac{F}{F_0} \cos^4 w_1.$$

Der Faktor  $\frac{F}{F_0} = F_{EP}(w_1^\circ)/F_{EP}(0^\circ)$  wird natürliche Vignettierung des Systems genannt.

Es ist das Verdienst ROUSSINOV<sup>20)</sup>, als erster auf die Bedeutung der natürlichen Vignettierung für den Lichtabfall in der Bildebene hingewiesen zu haben. Sein Konstruktionsprinzip, weit außen liegende Negativlinsen geringer Brechkraft, durch welche die EP für Strahlen endlicher Neigung vergrößert wird, ist bei allen modernen Weitwinkelobjektiven zu finden.

Die Berechnung der natürlichen Vignettierung aus der angegebenen Formel ist umständlich, weil die Größe der Eintrittspupille für schief einfallende Bündel nur schwer durch Rechnung bestimmt werden kann. Hält man jedoch anstelle der Apertur-

blende die EP konstant, so ist der Faktor  $F/F_0$  ohne Mühe zu ermitteln; denn besitzt ein System eine natürliche Vignettierung  $F/F_0 < 1$ , so bedeutet dies, daß die EP für Strahlen endlicher Neigung verkleinert wird, oder anders ausgedrückt, daß ein schief einfallendes Strahlenbündel gleicher Öffnung die Ebene der Aperturblende mit größerem Durchmesser als ein achsenparalleles Bündel durchsetzt. Das Verhältnis

$$(7,2) \quad F_{Bl}(0^\circ) : F_{Bl}(w_1^\circ) \quad \text{bei konstanter EP}$$

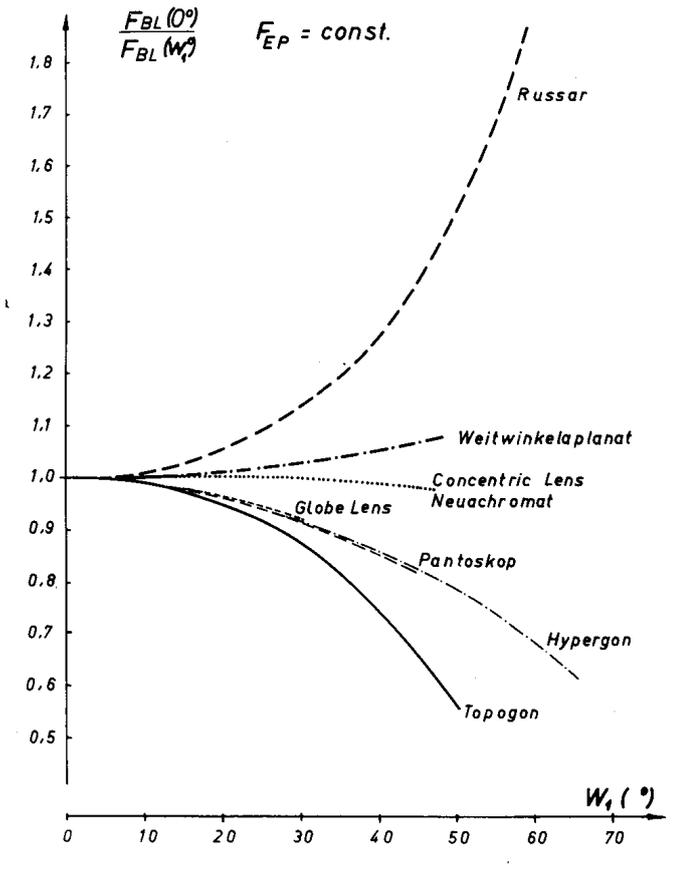
ist somit ebenfalls ein Maß für die natürliche Vignettierung des Systems. Da die Durchstoßpunkte in der Aperturblende der trigonometrischen Durchrechnung zu entnehmen und daraus die gesuchten Flächen zu bestimmen sind, ist die Berechnung der natürlichen Vignettierung nach (7,2) ohne Schwierigkeiten möglich.

Ermittelt man das gesuchte Verhältnis in der eben beschriebenen Weise, so ergibt sich, daß

- a) die Größe der EP beliebig gewählt werden kann, weil sie das Verhältnis nur unwesentlich beeinflusst
- b) zur Berechnung der Blendenfläche die Durchstoßpunkte der drei für die Näherung 2) (§ 4) gerechneten Komastrahlen genügen. Rechnet man mehr Komastrahlen und planimetriert die Flächen aus, so stimmen die Ergebnisse innerhalb der Meßgenauigkeit überein.

In Abb. 15 ist die natürliche Vignettierung der gerechneten Systeme als Funktion von  $w_1$  aufgetragen. Man liest ab, daß die Pupillenverhältnisse gleichartiger Systeme übereinstimmen. Aus den Kurven ist weiter zu ersehen, daß die natürliche Vignettierung im allgemeinen kleiner oder gleich 1, beim Russar dagegen viel größer ist. Die Angabe ROUSSINOVs, das Pupillenverhältnis

beim Russar sei so bestimmt worden, daß  $E/E_0 = 1/\cos w_1$  ist, wird durch die Rechnung bestätigt. Beim Topogon, dem Objektiv mit der stärksten Vignettierung, ist das Verhältnis der Blendenflächen ungefähr gleich  $\cos w_1$ . Die Abnahme der Beleuchtungsstärken beträgt demnach in diesen beiden Extremfällen



**Abb. 15** Natürliche Vignettierung der untersuchten Objektive.

$E = E_0 \cos^3 w_1$  bzw.  $E = E_0 \cos^5 w_1$ . In Tab. 9 ist das Verhältnis  $E/E_0$  als Funktion von Vignettierung und Neigungswinkel  $w_1$  errechnet. Die durch Linsenfassungen und Blendenränder bewirkte Vignettierung vermindert die Beleuchtungsstärke bei allen Systemen noch weiter.

Tab. 9 Die Beleuchtungsstärke in Abhängigkeit von Vignettierung und Neigungswinkel  $w_1$ .

$\frac{E}{E_0}$ \ $w_1$	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$
$\cos^3 w_1$	0,9551	0,8298	0,6495	0,4495	0,2656	0,1250
$\cos^4 w_1$	0,9406	0,7798	0,5624	0,3443	0,1707	0,0625
$\cos^5 w_1$	0,9263	0,7327	0,4871	0,2637	0,1097	0,0313

Während vorstehend die mit der Strahlenoptik berechenbaren Abbildungseigenschaften der untersuchten Objektive beschrieben worden sind, sollen anschließend die sich aus den Wellenaberrationen der Systeme ergebenden Folgerungen diskutiert werden.

§ 8 Betrachtung der Wellenaberration.

Die Abweichung der Wellenfläche von einer Vergleichskugel wird Wellenaberration genannt. Die Gleichung der Wellenfläche ist in § 4 angegeben (4,1), die der Vergleichskugel lautet

$$(8,1) \quad z_0 = \frac{x^2 + y^2}{2R} + \frac{(x^2 + y^2)^2}{8R^3} + \dots$$

Koordinatenursprung und Richtung der z-Achse beider Flächen stimmen überein. Kippt man die Vergleichskugel gegenüber der Wellenfläche, wobei der Abstand  $a$  zwischen Kugelmittelpunkt und Hauptstrahl als sehr klein gegen  $R$  vorausgesetzt wird, so lautet die Gleichung der gekippten Kugel in dem alten Koordinatensystem

$$(8,2) \quad z_0 = -\frac{a}{R}y + \frac{x^2 + y^2}{2R} + \frac{(x^2 + y^2)^2}{8R^3} + \dots$$

Die Wellenaberration errechnet sich aus den Gleichungen (4,1) und (8,2) zu

$$(8,3) \quad \begin{aligned} V(x,y) &= z - z_0 \\ V(x,y) &= \frac{a}{R}y + \left(A_{02} - \frac{1}{2R}\right)y^2 + A_{03}y^3 \\ &+ \left(A_{04} - \frac{1}{8R^3}\right)y^4 + \left(A_{20} - \frac{1}{2R}\right)x^2 + A_{21}x^2y \\ &+ \left(A_{22} - \frac{1}{4R^3}\right)x^2y^2 + \left(A_{40} - \frac{1}{8R^3}\right)x^4 + \dots \end{aligned}$$

Diese Darstellung ist jedoch für die Beschreibung der Aberration wenig geeignet, es empfiehlt sich, sie in Polarkoordinaten umzurechnen oder durch Kreispolynome zu beschreiben, wie anschließend gezeigt werden soll.

Setzt man  $y = r \cos \varphi$  und  $x = r \sin \varphi = r \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$ , so erhält man

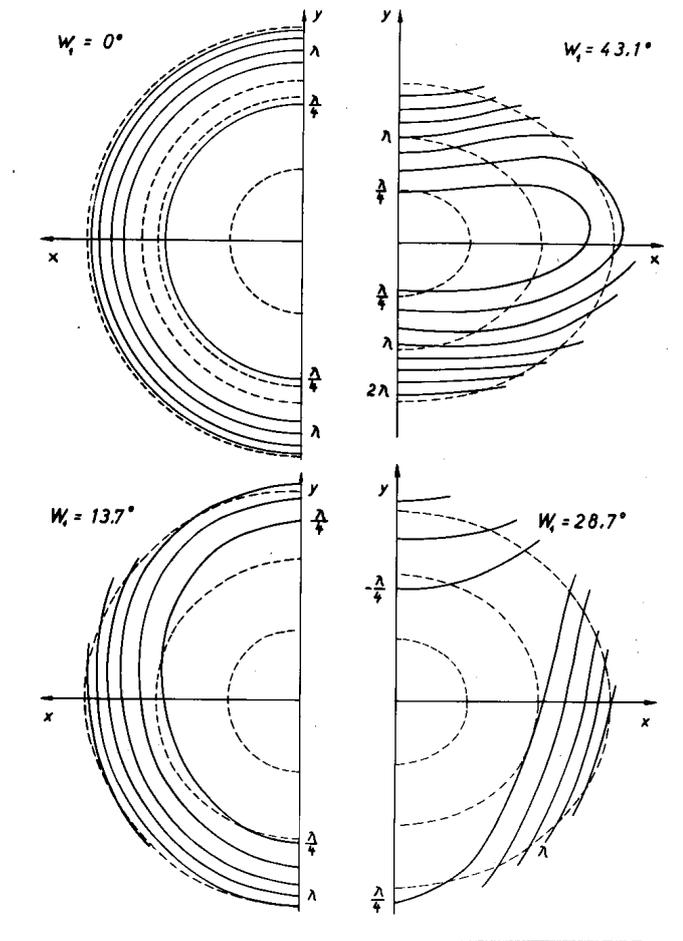
$$(8,4) \quad V(r, \varphi) = \sum_{i,k} B_{ik} r^k \cos^i \varphi$$

mit

$$(8,5) \quad \begin{array}{ll} B_{02} = A_{20} - \frac{1}{2R} & B_{04} = A_{40} - \frac{1}{8R^3} \\ B_{11} = \frac{a}{R} & B_{13} = A_{21} \\ B_{22} = A_{02} - A_{20} & B_{24} = A_{22} - 2A_{40} \\ B_{33} = A_{03} - A_{21} & B_{44} = A_{04} - A_{22} + A_{40} \end{array}$$

Diese Darstellung eignet sich gut für die rechnerische Ermittlung von Höhenschichtenkarten (Interferogrammen). Abb. 16 zeigt das Ergebnis einer solchen Rechnung für die Concentric Lens. Die Schichten sind mit  $\lambda/4$  gestuft. Der Mittelpunkt der Vergleichskugel ist bei allen Neigungen in den sagittalen Bildpunkt auf dem Hauptstrahl gelegt. Aufgetragen sind neben den Höhenschichten (ausgezogen) auch die Durchstoßpunkte (gestrichelt) der Strahlen durch die Ebene der Wellenfläche, welche die EP auf Kreisen mit 1,2 und 3 mm Durchmesser durchsetzen.

Die Höhenschichtlinien für Wellenaberrationen größer als  $\lambda$  sind ungenau, weil nur mit einer Näherung 3. Ordnung gerechnet



**Abb. 16** Höhenschichtendarstellung der Wellenaberration für die Concentric Lens. (Mittelpunkt der Vergleichskugel im sagittalen Bildpunkt auf dem Hauptstrahl).

worden ist. Aus der Änderung der Wellenaberration mit der Neigung läßt sich der Einfluß der einzelnen Fehler ablesen. Bei  $0^\circ$  Neigung ist nur sphärische Aberration vorhanden. Koma und Astigmatismus bewirken bei geringer Hauptstrahneigung eine Kompensation dieses Fehlers, es wird ein Optimum der Abbildung erreicht. Bei  $w_1 = 43,1^\circ$  ist dann die Korrektur durch den starken Astigmatismus deutlich verschlechtert.

Solche Höhenschichtenkarten lassen sich nun für jede Neigung und für jede Einstellebene aufzeichnen. Man gewinnt dabei

einen Überblick über den Korrekursionsverlauf in den verschiedenen Einstellebenen, ohne jedoch genaue Angaben über die Wirkung der einzelnen Fehler zu erhalten. Ebenso ist es unmöglich, die beste Einstellebene zu bestimmen oder den günstigsten Verlauf der Fehlerkurven zu ermitteln. Die Methode hat außerdem den Nachteil, sehr zeitraubend zu sein.

Zur Berechnung der Abbildungsgüte ist es notwendig, die Wellenaberration durch folgende Reihenentwicklung zu beschreiben:

$$(8,6) \quad V(r, \varphi) = \sum_{1, k} C_{1k} r^k \cos 1 \varphi$$

mit

$$(8,7) \quad C_{02} = \frac{1}{2} ( A_{02} + A_{20} - \frac{1}{R} )$$

$$C_{04} = \frac{1}{8} ( 3 A_{04} + 3 A_{40} + A_{22} - \frac{1}{R^3} )$$

$$C_{11} = \frac{3}{R} \quad \left| \quad C_{13} = \frac{1}{4} ( 3 A_{03} + A_{21} ) \right.$$

$$C_{22} = \frac{1}{2} ( A_{02} - A_{20} ) \quad \left| \quad C_{24} = \frac{1}{2} ( A_{04} - A_{40} ) \right.$$

$$C_{33} = \frac{1}{4} ( A_{03} - A_{21} ) \quad \left| \quad C_{44} = \frac{1}{8} ( A_{04} + A_{40} - A_{22} ) \right.$$

Nach einem Vorschlag von ZERNIKE<sup>21)</sup> ersetzt man die  $r^k$  dann durch Kreispolynome und erhält so folgende Entwicklung für die Beschreibung der Wellenaberration:

$$(8,8) \quad V(r, \varphi) = \sum_{1, k} D_{1k} R_k^1(r) \cos 1 \varphi$$

Mit  $q = \frac{r}{r_{\max}}$  ist

$$(8,9) \quad \begin{array}{ll} R_2^0 = 2q^2 - 1 & R_4^0 = 6q^4 - 6q^2 + 1 \\ R_1^1 = q & R_3^1 = 3q^3 - 2q \\ R_2^2 = q^2 & R_4^2 = 4q^4 - 3q^2 \\ R_3^3 = q^3 & R_4^4 = q^4 \end{array}$$

Die  $D_{ik}$  errechnen sich aus den  $C_{ik}$  zu

$$(8,10) \quad \begin{array}{ll} D_{02} = \frac{1}{2} (C_{02} r_{\max}^2 + C_{04} r_{\max}^4) & D_{04} = \frac{1}{6} C_{04} r_{\max}^4 \\ D_{11} = \frac{8}{R} r_{\max} + \frac{2}{3} C_{13} r_{\max}^3 & D_{13} = \frac{1}{3} C_{13} r_{\max}^3 \\ D_{22} = C_{22} r_{\max}^2 + \frac{3}{4} C_{24} r_{\max}^4 & D_{24} = \frac{1}{4} C_{24} r_{\max}^4 \\ D_{33} = C_{33} r_{\max}^3 & D_{44} = C_{44} r_{\max}^4 \end{array}$$

Die Definitionshelligkeit (DH), wie nach STREHL das Verhältnis der Beugungsmaxima von aberrationsbehafteter zu aberrationsfreier Welle genannt wird, errechnet sich aus dieser Entwicklung nach SLEVOGT<sup>22)</sup> zu

$$(8,11) \quad DH = 100 \left[ 1 - \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \cdot \left( \frac{1}{3} D_{02}^2 + \frac{1}{5} D_{04}^2 + \frac{1}{4} D_{11}^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{8} D_{13}^2 + \frac{1}{6} D_{22}^2 + \frac{1}{10} D_{24}^2 + \frac{1}{8} D_{33}^2 + \frac{1}{10} D_{44}^2 \right) \right]$$

In dieser Formel hat jedes Fehlerglied einen physikalischen Sinn. So ist z.B. der durch den Koeffizienten  $D_{02}$  gegebene Anteil an der Verringerung der DH durch die Wahl einer falschen Einstellebene bedingt. Der Koeffizient  $D_{11}$  ist ein Maß für die seitliche Auswanderung des Maximums der DH, welche durch die Koma des Systems hervorgerufen wird. Eine ausführliche Diskussion der Gleichungen (8,8) und (8,11) wird in einer demnächst erscheinenden Veröffentlichung von SLEVOGT durchgeführt.

Damit ist nun die Voraussetzung für die zahlenmäßige Beschreibung der einzelnen Fehleranteile in jeder Einstellebene und bei jeder Neigung gegeben. Da es jedoch zweckmäßig ist, die DH als Funktion der Neigung nicht auf gleiche Öffnungen der Wellenfläche, sondern auf gleichgroße EP-Flächen zu beziehen, die Formeln aber nur für eine kreisförmige Öffnung, d.h. konstantes  $r_{\max}$  für alle Winkel  $\varphi$  Gültigkeit haben, ist eine Koordinatentransformation angebracht.

Ersetzt man in Gleichung (8,3)  $y$  durch  $\eta = y/\cos w'_k$ , wobei jedoch

$$(8,12) \quad V(x,y) = V(x,\eta)$$

sein soll, so wird diese Forderung erfüllt, wenn die Koeffizienten der  $x^i y^k$  in Gleichung (8,3) wie folgt ersetzt werden:

$$\begin{aligned}
 (8,13) \quad a/R & \quad // \quad A'_{01} = (a/R) \cos w'_k \\
 A_{02} - 1/2R & // \quad A'_{02} = (A_{02} - 1/2R) \cos^2 w'_k \\
 A_{20} - 1/2R & // \quad A'_{20} = (A_{20} - 1/2R) \\
 A_{03} & // \quad A'_{03} = A_{03} \cos^3 w'_k \\
 A_{21} & // \quad A'_{21} = A_{21} \cos w'_k \\
 A_{04} - 1/8R^3 & // \quad A'_{04} = (A_{04} - 1/8R^3) \cos^4 w'_k \\
 A_{22} - 1/4R^3 & // \quad A'_{22} = (A_{22} - 1/4R^3) \cos^2 w'_k \\
 A_{40} - 1/8R^3 & // \quad A'_{40} = A_{40} - 1/8R^3
 \end{aligned}$$

Aus den Koeffizienten  $A'_{ik}$  ist es dann möglich, entsprechende  $B'_{ik}$  bzw.  $C'_{ik}$  zu errechnen und aus den  $C'_{ik}$  wiederum die  $D'_{ik}$  zu bestimmen.

Die aus den  $D'_{ik}$  für gleiche  $r_{\max}$  errechneten DH beziehen sich dann unabhängig von der Neigung immer auf gleiche EP-Flächen. Diese Aussage ist jedoch nur dann streng gültig, wenn die Bildebene im Unendlichen liegt und die Pupillenaberration der Systeme vernachlässigbar klein ist.

In Tab. 10 sind die DH für einige der gerechneten Objektive im sagittalen Bildpunkt auf dem Hauptstrahl bestimmt. Die Öffnung ist dabei so groß gewählt worden, daß die Wellenaberration des achsennahen Bündels  $\lambda/4$  und somit die DH für  $w_1 = 0^\circ$  80% beträgt. Beim Topogon, welches in der Achse außerordentlich gut korrigiert ist, wird  $r_{EP} = (1/2) r_{EP\max}$  gewählt. Dieser Wert ergibt sich auch etwa für die aus der  $\lambda/4$ -Bedingung errechneten Öffnungen der anderen Objektive, so daß ein Vergleich

**Tab. 10 Die DH als Funktion der Hauptstrahleneigung  $w_1$  für einige der gerechneten Objektive (Mittelpunkt der Vergleichskugel im sagittalen Bildpunkt).**

$w_1$ (°)	Anteil von								DH	DH <sub>max</sub>	
	D <sub>02</sub>	D <sub>04</sub>	D <sub>11</sub>	D <sub>13</sub>	D <sub>22</sub>	D <sub>24</sub>	D <sub>33</sub>	D <sub>44</sub>			(%)
<b>Concentric Lens</b> $r_{max} = 1,9$ mm											
0	23,30	1,55								75,15	98,45
13,75	18,85	1,07	4,10	0,51	3,80	0,01	0,14	0,02		81,50	94,45
28,66	0	0,25	7,64	0,95	17,34	0,17	0,46	0,02		73,17	80,81
43,09	81,45	0,02	2,01	0,25	139,74	0,17	0,82	0,07		- 124,53	- 41,07
<b>Neuachromat</b> $r_{max} = 2,4$ mm											
0	20,31	1,35								78,34	98,65
13,42	21,61	0,91	6,56	0,82	0,85	0,02	0,79	0,05		68,40	96,57
27,91	34,47	0,31	28,87	3,60	16,48	0,09	1,45	0,05		14,68	78,02
41,82	134,13	0,03	16,73	2,09	194,64	0,13	2,63	0,05		- 250,43	- 99,57
<b>Hyperson</b> $r_{max} = 1,33$ mm											
0	19,85	1,33								78,82	98,67
39,95	5,65	0,34	0,33	0,05	1,30	0,10	0,01	0,01		92,21	98,19
53,72	2,31	0,14	0,09	0,01	1,28	0,11	0,01	0,03		96,02	98,42
60,73	1,28	0,07	0,03	0	0,96	0,09	0,01	0,03		97,53	98,84
<b>Russar</b> $r_{max} = 3,0$ mm											
0	20,25	1,35								78,40	98,65
18,61	38,03	0,94	15,57	1,95	9,93	0	0,04	0		33,54	87,14
38,92	23,91	0,34	19,60	2,45	7,18	0,08	0,38	0		46,06	89,57
57,03	4,59	0,04	1,82	0,23	21,33	0,02	0,66	0		71,31	77,72
<b>Topogon</b> $r_{max} = 4,0$ mm											
0	0,62	0,04								99,34	99,96
11,47	10,62	0,04	6,29	0,79	25,82	0,19	1,46	0,75		54,04	70,95
28,16	37,05	0,67	37,93	4,74	83,71	1,69	7,08	0		- 72,87	2,11
45,60	NI 16,80	0	134,97	16,89	18,15	6,74	2,11	3,00		- 98,66	53,11
	NI 10,95	0,04	187,32	23,42	18,15	6,74	0,94	3,00		- 150,56	47,71

der Ergebnisse möglich wird.

Neben der DH ist auch der bei der Korrektion des Systems maximal erreichbare Betrag der DH angegeben, das heißt, es sind die durch  $D_{02}$  und  $D_{11}$  verursachten Beiträge null gesetzt worden, was durch passende Wahl von R und a immer erreicht werden kann.

Nach (8,10) ändern sich die errechneten Beträge der DH, wenn mit einer anderen Öffnung gerechnet wird. Die Erkennbarkeit einiger typischer Eigenschaften der gerechneten Objektive

bleibt jedoch erhalten. So ist abzulesen, daß die beiden symmetrischen Neuachromate für die Abbildung stark geneigter Strahlenbündel wegen des großen Zonenfehlers des Astigmatismus ungeeignet sind. Beim Hypergon sind die Beiträge der außeraxialen Fehler zur DH sehr klein, die Bildgüte ist für alle Neigungen etwa gleich. Wird jedoch mit größerer Öffnung und einer bestimmten Einstellebene gerechnet, so trifft diese Aussage nicht mehr zu, wie aus einem Rechenbeispiel am Schluß dieses Abschnittes zu sehen ist. Das Topogon hat in der Zone eine geringere Abbildungsgüte als am Rand, weil sich hier sphärische Aberration und Astigmatismus nicht kompensieren, sondern eine Summe aus beiden Fehlern den Anteil von  $D_{22}$  bestimmt. Auch zeigt sich, daß die Berechnung der DH bei der relativ großen Öffnung des Topogons bereits ungenau wird, denn eine Unsicherheit der Koeffizienten  $A_{ik}$  von 0,1  $\mu$  hat bei einigen Gliedern bereits einen Fehler der DH von mehreren Prozenten zur Folge. Am Beispiel des Topogons wird auch der Einfluß der gewählten Näherung auf die Genauigkeit der berechneten DH gezeigt.

Die Tatsache, daß das Maximum der DH nicht im Schnittpunkt Hauptstrahl-Bildebene, sondern bedingt durch die Koma im Abstand  $a$  von diesem entfernt liegt, bedeutet aber physikalisch, daß die strahlenoptisch errechnete Verzeichnung nicht mit der durch die Richtung der maximalen DH bestimmten wirklichen Verzeichnung übereinstimmt. Wird die Auffangebene in den Schnittpunkt Hauptstrahl-GAUSSsche Bildebene gelegt, so ist das in dieser Ebene errechnete  $a$  ein Maß für die Änderung der Verzeichnung. Die Projektion von  $a$  auf die GAUSSsche Bildebene ergibt mit  $a' = a / \cos w'_k$  das zur Ermittlung der wahren Verzeichnung benötigte Korrektionsglied. Ist  $l$  die Durchstoßhöhe des Hauptstrahls in der GAUSSschen Bildebene, so gibt  $a'/l$  die Änderung der Verzeichnung in Prozenten an. In Tab. 11 sind die Abweichungen von der errechneten Verzeichnung

Tab. 11 Korrektur der strahlenoptisch ermittelten Verzeichnung.

$w_1$ ( $^\circ$ )	$a'$ ( $\mu$ )	$l$ (mm)	$\Delta l/l$	$a'/l$ ( $^\circ/\infty$ )	$\Delta l/l_{kor.}$
<u>Concentric Lens</u> 1:15,9					
13,75	6,09	- 25,208	0,212	-0,242	-0,030
28,66	11,24	- 56,377	1,060	-0,199	0,861
43,09	9,95	- 96,682	3,085	-0,103	2,982
<u>Neuachromat</u> 1:12					
13,42	6,61	- 24,189	0,423	-0,273	0,150
27,91	17,65	- 53,810	2,112	-0,328	1,784
41,82	23,39	- 91,231	6,003	-0,256	5,747
<u>Hyperton</u> 1:20					
39,95	5,29	- 83,776	0,094	-0,063	0,031
53,72	5,63	-136,226	0,143	-0,041	0,102
60,73	5,57	-178,475	0,164	-0,031	0,133
<u>Russar</u> 1:8					
18,61	13,22	- 33,666	0,045	-0,393	-0,348
38,92	31,13	- 80,730	-0,102	-0,386	-0,488
57,03	37,06	-153,829	-2,153	-0,241	-2,394
<u>Topogon</u> 1:6,3					
11,47	4,93	- 20,358	0,344	-0,242	0,102
28,16	20,63	- 53,790	1,629	-0,384	1,245
45,60	45,93	-102,498	0,654	-0,448	0,206

für einige der gerechneten Objektive zusammengestellt. Um einen Überblick über die wirklich vorkommenden Änderungen zu erhalten, ( $a'=c r_{max}^2$ ), ist  $r_{max}$  für jede Neigung aus der Größe der wirksamen EP überschlägig nach der Gleichung  $r_{max} = r_{EP} \beta_p \sqrt{F/F_0}$  berechnet worden, obwohl die Näherung 3. Ordnung bei so großen Öffnungen eigentlich nicht mehr angewendet werden darf.

Während im ersten Teil dieses Abschnittes die Güte des Korrektionszustandes durch die Berechnung der Definitionshelligkeit ermittelt worden ist, soll nun ein einfaches Beispiel zeigen, wie mit Hilfe der Gleichungen (8,3) bis (8,13) eine Verbesserung der Korrektion erreicht werden kann. Als Beispiel wird das Hypergon (Abb.8, § 6) gewählt, dessen Abbildungsgüte durch Änderung des Astigmatismus bedeutend zu steigern ist. Die durchgeführten Rechenschritte seien im folgenden kurz beschrieben:

1) Ermittlung der günstigsten Einstellebene (EE) für das achsennahe Bündel aus der Forderung  $D'_{02} = 0$ . Die Öffnung wird dabei so groß gewählt, daß die DH in dieser EE 80% beträgt. Es muß also gelten

$$a) \quad \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \frac{D'_{04}{}^2}{5} = 0,20 \longrightarrow r_{\max} = f(D'_{04}) !$$

$$b) \quad D'_{02} = 0 \longrightarrow C'_{02} (r_{\max})^2 = -C'_{04} (r_{\max})^4 \\ \longrightarrow R = f(C'_{02}, C'_{04}) !$$

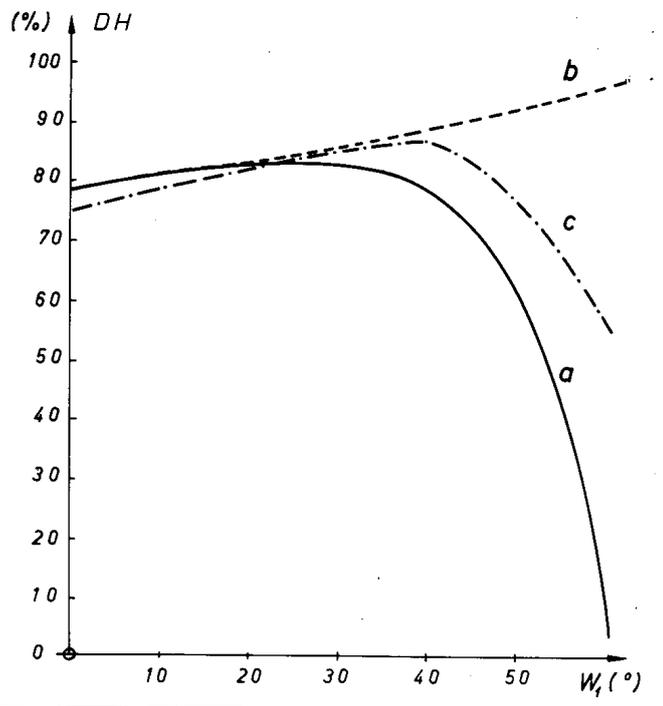
Für das Hypergon folgt aus a) und b)

$$r_{\max} = 1,9 \text{ mm}, \quad R = 96,7792 \text{ mm, d.h.}$$

$$\Delta R = -3,2208 \text{ mm} = \frac{1}{2} \Delta s_{\max}'$$

$$DH = 78,09\%.$$

2) Berechnung der DH in dieser EE für endliche Neigungen. Der berechnete Verlauf der DH als Funktion von  $w_1$  ist in Abb.17, Kurve a) dargestellt.



**Abb. 17** Die DH als Funktion der Neigung in der besten Einstellebene für das achsennahe Bündel ( $x_{\max} = 1,9$  mm)  
a) vorhanden  
b) theoretisch zu erreichen  
c) nach der Korrektur erreicht

3) Berechnung von  $\Delta f$  und  $\Delta t$  aus der Forderung  $D'_{02} = 0$  und  $D'_{22} = 0$ , wodurch die DH für  $w_1 = 39,95^\circ$  auf 88,90% und für  $w_1 = 60,73^\circ$  auf 96,32% erhöht werden kann (Abb. 17, Kurve b).

Aus (8,7), (8,10) und (8,13) errechnet sich der in Abb. 18 b aufgetragene Verlauf der astigmatischen Bildfeldkrümmung.

4) Änderung des Abstandes der beiden symmetrischen Hälften, wodurch im wesentlichen der Zonenfehler des Astigmatismus beeinflusst wird, während sich die anderen Fehler kaum ändern. Die Rechnung zeigt, daß eine Erhöhung von  $d_2 = 12,666$  mm

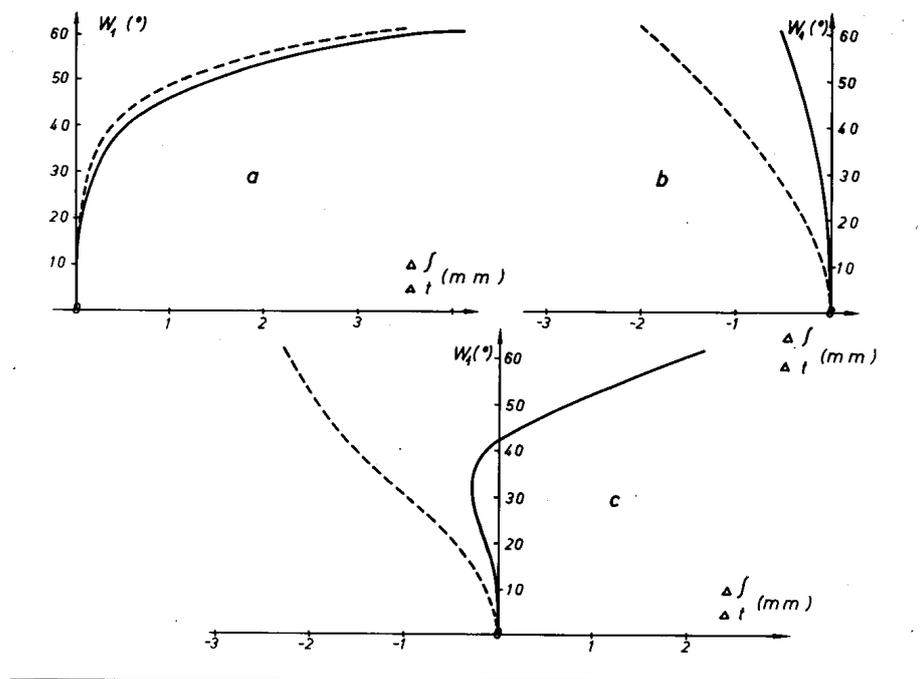


Abb. 18

Der Verlauf des Astigmatismus

- a) vor der Korrektur
- b) gefordert, um optimale Abbildungsgüte bei dem gewählten Öffnungsverhältnis zu erhalten
- c) maximal erreichbare beste Annäherung an b).

auf  $d_2 = 12,74$  mm ( $f = 100$  mm) eine optimal erreichbare Übereinstimmung mit der geforderten astigmatischen Bildfeldkrümmung ergibt. Der Gang des errechneten Astigmatismus ist in Abb. 18 c dargestellt.

- 5) Berechnung der Wellenflächenkoeffizienten für das neu errechnete Hypergon. In Tab. 12 sind die Koeffizienten beider Hypergone gegenübergestellt.
- 6) Berechnung der DH in der aus Forderung 1 b) errechneten besten EE für das korrigierte Hypergon, wobei  $r_{\max}$  beibehalten wird. Das Ergebnis ist in Abb. 17, Kurve c) dargestellt, die erhebliche Verbesserung der DH durch die Korrektur ist deut-

lich zu erkennen. Eine geringe Abnahme der DH für  $w_1 = 0^\circ$  ist auf die Zunahme des Öffnungsfehlers zurückzuführen.

Tab. 12 Die Fehlerkoeffizienten des gegebenen und des neu errechneten Hypergons.

	$A_{02}$	$A_{20}$	$A_{03}$	$A_{21}$	$A_{04}$	$A_{22}$	$A_{40}$
	$(\mu/\text{mm}^2)$		$(\text{m}\mu/\text{mm}^3)$		$(\text{m}\mu/\text{mm}^4)$		
<u><math>w_1 = 39,95^\circ</math></u>							
alt	3,8180	3,8136	-12,6	-12,6	36,2	72,8	36,8
neu	3,8904	3,8371	-13,2	-9,6	37,9	74,1	38,2
<u><math>w_1 = 60,73^\circ</math></u>							
alt	2,3679	2,3517	-11,0	-11,1	21,8	45,1	23,3
neu	2,5001	2,3948	-12,2	-9,6	24,4	46,8	24,3

### § 9 Ergebnis der Untersuchungen.

Es werden Näherungsmethoden zur Ermittlung der Wellenfläche 4. Grades in der Umgebung eines Hauptstrahls angegeben. Die Fehlerkoeffizienten lassen sich mit ausreichender Genauigkeit durch einfache, im Rechenbüro durchführbare Rechenoperationen bestimmen.

Durch die Kenntnis der Wellenfläche wird es möglich, die Leistungsfähigkeit eines Objektivs näherungsweise allein durch Rechnung zu ermitteln, weil nun nicht nur Angaben über die Strahlenvereinigung im Meridionalschnitt gemacht, sondern auch die folgenden Rechnungen zur Bestimmung des Korrektionszustandes durchgeführt werden können:

- 1) Bestimmung der Durchstoßpunkte in einer beliebigen EE (4,3).

Ermittlung der gesamten Zerstreuungsfigur -  
Berechnung der Beleuchtungsstärke.

- 2) Ermittlung von Höhenschichtenkarten (Interferogrammen) (8,4).

- 3) Errechnung der DH (8,8 und 8,11).

Es können nicht nur die DH der Systeme errechnet, sondern auch Angaben über Art und Größe von Aberrationsänderungen gemacht werden, die zu einer Verbesserung der Abbildungsgüte führen.

Die aus der Wellengleichung abgeleiteten Formeln gelten nur innerhalb des Gebietes der Fehler 3. Ordnung, welches durch Gleichung (4,9) gegeben ist. (In manchen Fällen darf  $r_{EF}$  1,4- bis 1,65 mal größer gewählt werden, als aus (4,9) errechnet.) Eine Vergrößerung der zulässigen Öffnung wäre durch Hinzunahme der Fehlerglieder 4. und 5. Ordnung möglich.

Jedoch wird eine Näherung höherer Ordnung im allgemeinen keine den größeren Aufwand rechtfertigende Verbesserung der Ergebnisse bringen, weil der Gültigkeitsbereich der Näherungen nicht nur durch die zulässige Öffnung begrenzt ist, sondern auch durch die Genauigkeit, mit der die Koeffizienten bestimmt werden können. Wegen der Vernachlässigung von  $z$  in (4,2) und infolge Unsicherheit der trigonometrischen Rechnung lassen sich die  $A_{ik}$  aber nur auf  $0,1 \mu\text{p}/\text{mm}^k$  genau bestimmen.

Eine Abweichung von  $0,1 \mu\text{p}/\text{mm}^4$  bei den Koeffizienten der sphärischen Aberration bewirkt bei einem Öffnungsverhältnis von 1:10 und einem Neigungswinkel  $w_1 = 60^\circ$  bereits eine Änderung der Durchstoßhöhen von maximal 12  $\mu$ . Für Koeffizienten, die mit höheren Öffnungspotenzen in die Gleichung (4,3) eingehen, ist die Unsicherheit entsprechend größer. Bei der DH hängt der Einfluß eines um  $0,1 \mu\text{p}/\text{mm}^4$  ungenau bestimmten Koeffizienten von dem Gesamtbetrag des Gliedes  $D'_{ik}$  ab, in das er eingeht. Abweichungen der DH um 20% bei einem Öffnungsverhältnis 1:10 sind möglich.

Aus alledem folgt aber, daß eine Näherung 3. Ordnung zur Bestimmung der Abbildungseigenschaften eines optischen Systems in den meisten Fällen am vorteilhaftesten sein wird, weil genaue Aussagen über den Korrektionszustand doch nur für kleine Öffnungen möglich sind und qualitative Aussagen auch für größere Öffnungen mit ausreichender Genauigkeit allein aus den Fehlern 3. Ordnung erhalten werden können. Die Kenntnis der Fehlerkoeffizienten der Wellenfläche als Funktion der Hauptstrahlneigung wird sich deshalb trotz der angegebenen Einschränkungen ihres Gültigkeitsbereiches als eine wertvolle Hilfe bei der Korrektion von Objektiven erweisen.

Eine weitere Beurteilung der Systeme ist durch die Errechnung der natürlichen Vignettierung und der Farbabhängigkeit der SEIDELschen Summen möglich.

Die vorliegende Untersuchung wurde von 1954 - 1956 am Optischen Institut der Technischen Universität Berlin-Charlottenburg durchgeführt.

Zum Schluß möchte ich nicht versäumen, Herrn Professor Dr.phil. H. Slevogt für die Anregung und Betreuung der Arbeit und viele wertvolle Hinweise meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen. Herrn Oberingenieur J.Hartmann danke ich für fördernde Diskussionen. Zu besonderem Dank bin ich der Gesellschaft zur Förderung der Technischen Optik e.V. verpflichtet, welche durch ein Stipendium die Durchführung der Arbeit ermöglichte.

Literaturverzeichnis:

- 1) W. Hamilton      Ergebnis der Einführung einer charakteristischen Funktion in die Optik. British Association Reports 3 (1833) aus:  
Abhandlungen zur Strahlenoptik S. 409-420  
Leipzig, Akademische Verlagsges., 1933
- 2) J. Petzval      Bericht über die Ergebnisse einiger dioptrischer Untersuchungen.  
Pesth 1843
- 3) A. König u. M.v. Rohr      Die Theorie der sphärischen Aberrationen. aus:  
Die Theorie der optischen Instrumente Bd. I S. 208-338  
Berlin, Springer-Verlag, 1904
- 4) R. Tiedeken      Über Näherungsformeln 3. Grades für die Umgebung eines Hauptstrahls in rotations-symmetrischen Systemen.  
Jenaer Zeiß-Jahrbuch 1950, S. ~~34-49~~  
Jena, Gustav Fischer 10-25
- 5) Schwarzschild      Untersuchungen zur geometrischen Optik I, Einleitung in die Fehlertheorie auf Grund des Eikonalbegriffs.  
Göttingen 1905
- 6) A. Kerber      Beiträge zur allgemeinen Fehlertheorie. Z. Instrumentenk. 34 (1914), 173-179  
234-240
- 7) A. Sonnfeld      Zwölf oder neun Fehler 5. Ordnung bei Linsenfolgen mit Rotationsflächen, die zu einer Achse symmetrisch liegen. Z. Instrumentenk. 41 (1921), 259-261
- 8) H. Köhler      Ein einfaches Verfahren zur Ermittlung der gesamten Zerstreuungsfigur optischer Geräte aus der meridionalen Durchrechnung auf Grund der Bildfehlertheorie 3. Ordnung.  
Z. angew. Math. u. Mech. 30 (1950), 226-228

- 9) H.Köhler u.  
G.Pradel Eine neue Interpolationsmethode zur  
Ermittlung der gesamten Zerstreuungs-  
figur zentrierter optischer Systeme mit  
unendlich fernem Bild.  
Z.angew.Math.u.Mech. 31 (1951), 47-53
- 10) W.Weinstein Wave - Front Aberrations of Oblique  
Pencils in a Symmetrical Optical System:  
Refraction and Transfer Formulae.  
Proc.Phys.Soc.B 62 (1949), 726-740
- 11) - The Computation of Wave - Front Aberra-  
tions of Oblique Pencils in a Symmetrical  
Optical System.  
Proc.Phys.Soc.B 63 (1950), 709-723
- 12) M.v.Rohr Theorie und Geschichte des photographi-  
schen Objektivs.  
Berlin, Springer-Verlag, 1899
- 13) A.Gullstrand Über Astigmatismus, Koma und Aberration.  
Ann.Phys. (4) 18 (1905), 941-973
- 14) H.Slevogt Formeln der SEIDELschen Theorie.  
Optik 8 (1951), 63-67
- 15) H.Slevogt Zur Auswertung SEIDELscher Rechnungen:  
Vergleich mit Fehlerdarstellungen nach  
v.ROHR und reduzierten Aberrationen.  
Optik 8 (1951), 537-542
- 16) DRP Nr. 636 167 (1933), Carl Zeiss, Jena
- 17) Patent Nr. 935 617 (1946), M.M.Roussinov (Frankreich)
- 18) M.Herzberger Light Distribution in the Optical Image.  
J.opt.Soc.Amer. 37 (1947), 485-493
- 19) Patent Nr. 938 335 (1956), Carl Zeiss, Oberkochen
- 20) M.M.Roussinov Das neue Weitwinkel-Photoobjektiv  
Russar 16 .  
aus:  
Untersuchungen über Aerovermessung und  
Photogrammetrie,  
herausgeg. vom Zentr.Wissensch.Forsch.  
Inst. für Geod., Aeroverm. u.Kartogr.  
Moskau 1939

- 21) F.Zernike                    Beugungstheorie des Schneidenverfahrens  
und seiner verbesserten Form, der Phasen-  
kontrastmethode,  
Physica 1 (1934), 689-704
- 22) H.Slevogt                    Kolleg über Beugungsoptik,  
noch unveröffentlicht
- 23) J.Flügge                     Das photographische Objektiv,  
Wien, Springer-Verlag, 1955

Lebenslauf.

Am 25.1.1928 wurde ich, Anni Berger geb. Tews, als Tochter des Rotationsarbeiters Willy Tews und seiner Ehefrau Amalie geb. Ballendat in Berlin geboren. Von 1934 bis 1940 besuchte ich dort die 123. Grundschule und ab April 1940 die Handelsschule, Oberschule für Mädchen in Aufbauform, an der ich am 16.7.1946 die Reifeprüfung ablegte.

Nach Absolvierung eines Vorkursus und der Praktikantenzeit begann ich im Wintersemester 1947/48 an der Technischen Universität Berlin-Charlottenburg das Studium der Physik, welches am 3.5.1954 mit der Diplom-Hauptprüfung abschloß. Neben dem Studium war ich von August 1948 bis März 1953 am Lehrstuhl für Experimentalphysik bei Herrn Professor Dr.C.Ramsauer als Hilfsassistentin tätig.

Meine Diplomarbeit "Aufbau einer Apparatur zur Bestimmung der Feinverteilung des Streulichtes polierter Glasflächen" und die hiermit vorgelegte Dissertation habe ich unter Anleitung von Herrn Professor Dr.phil.H.Slevogt am Optischen Institut der Technischen Universität Berlin-Charlottenburg durchgeführt.